Chapitre 1 : Physique et Mesure

1. Introduction

- Contrairement aux mathématiques,
  la physique est basée sur l'observation et la modélisation.

- Démarche scientifique :

$$\begin{tikzcd} \text{Observations} \arrow[r] & \text{Mesures} \arrow[r] & \text{Lois} \\ \text{Nouvelles expériences} \arrow[rr, leftrightarrow] & & \text{Théorie} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

2. Unités

- Reproductibilité

- refaire des expériences
- autres laboratoires

- Système International : universalité des unités

m, kg, s, K, A, Cd, mol

mécanique

thermodynamique

électromagnétisme

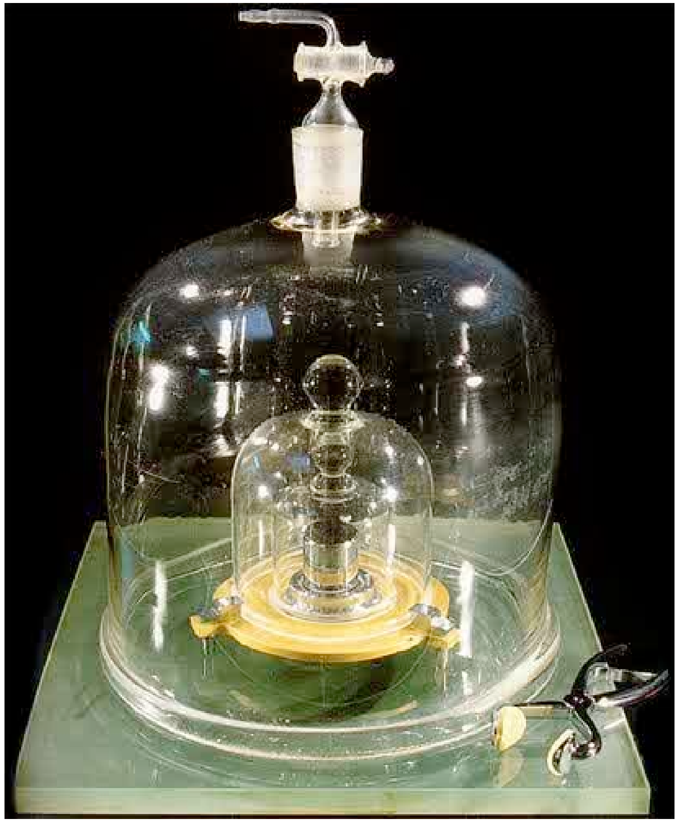
optique

chimie

- Le mètre (m)

  - 1120 : yard = distance nez-doigt du roi
  - Louis XIV : pied = pointure du roi
  - 1799 : mètre = 1/10 000 000 distance pôle-équateur
  - 1960 : mètre-étalon [Pt-Ir]
  - 1983 : mètre redéfinit

distance parcourue par la lumière dans le vide en 1/299 798 458 s



- Le kilogramme (kg)

  - once
  - livre
  - ...

kilogramme étalon en Pt-Ir conservé à Sèvre.

- La seconde (s)

  - avant : seconde = 1/60 1/60 1/24 du jour moyen
  - 1967 : horloge atomique

1 seconde = 9 192 631 720 périodes de vibration du Ce 133.

- Résumé :

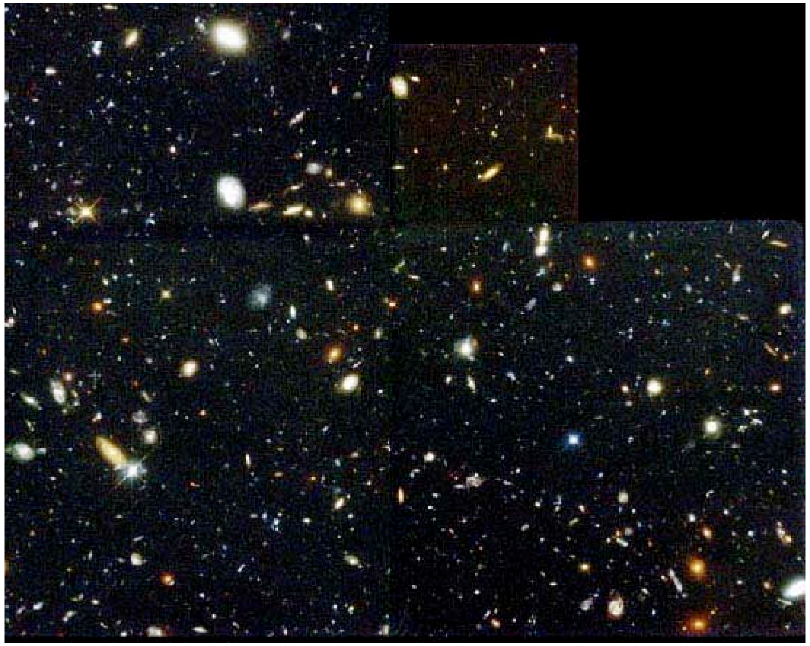
seconde $\xrightarrow{c}$ mètre

kilogramme

• Ordres de grandeurs :

Système	longueur (m)
Terre-Quasar	$1.4\,10^{26}$
Soleil-Proxima	$4\,10^{16}$
Terre-Lune	$3.84\,10^{8}$
rayon de la Terre	$6.37\,10^{6}$
fourmi	$5\,10^{-3}$
cellules	10^{-5}
atome	10^{-10}
proton	10^{-15}

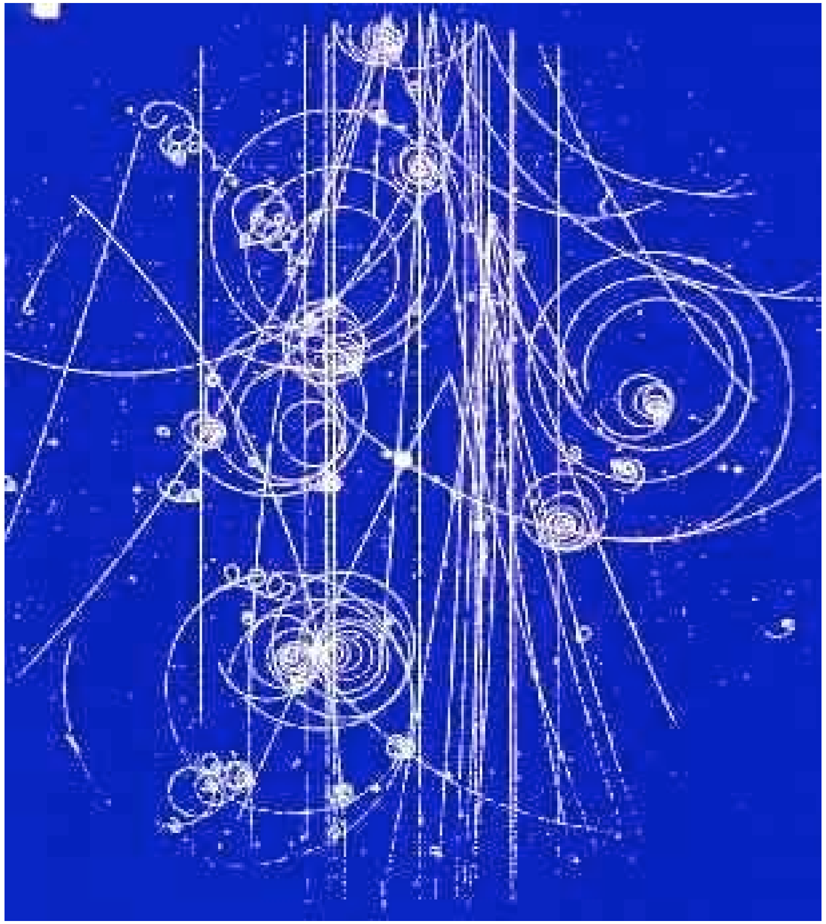
Système	masse (kg)
electron	$9.11\,10^{-31}$
proton	$1.67\,10^{-27}$
ADN	10^{-15}
homme	10^{2}
boeing 737	
Terre	$5.98\,10^{24}$
Univers	10^{52}

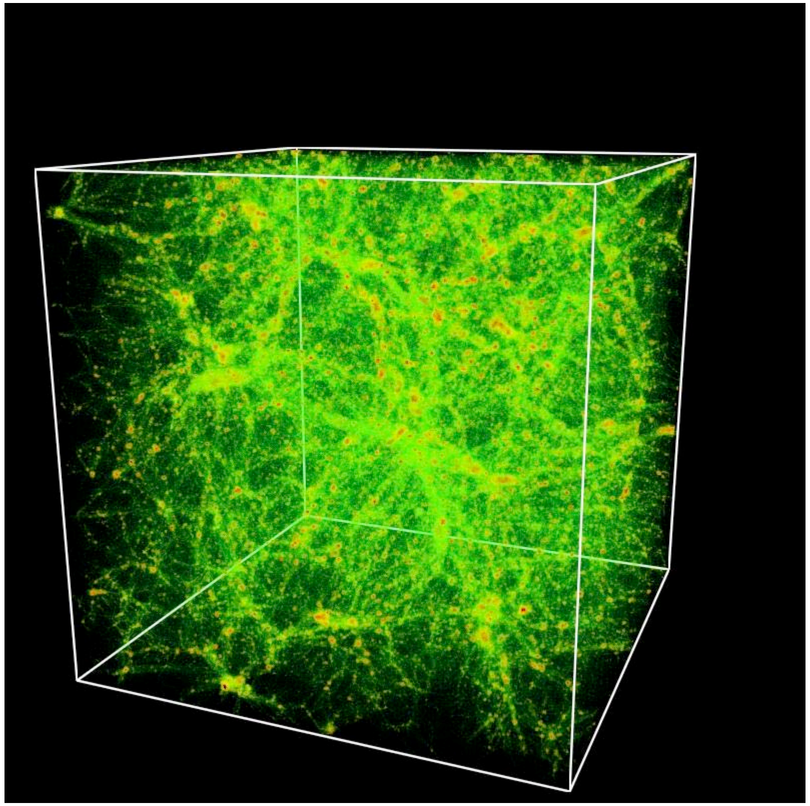


Univers

$$\frac{L}{\ell} = 10^{42}$$

particules

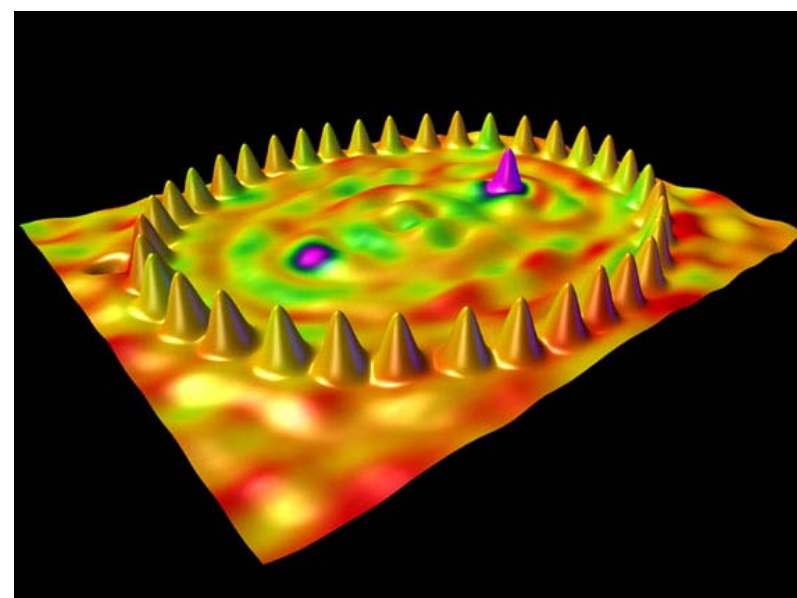




Masse de l'Univers

$$\boxed{\frac{M}{m} = 10^{83}}$$

électrons

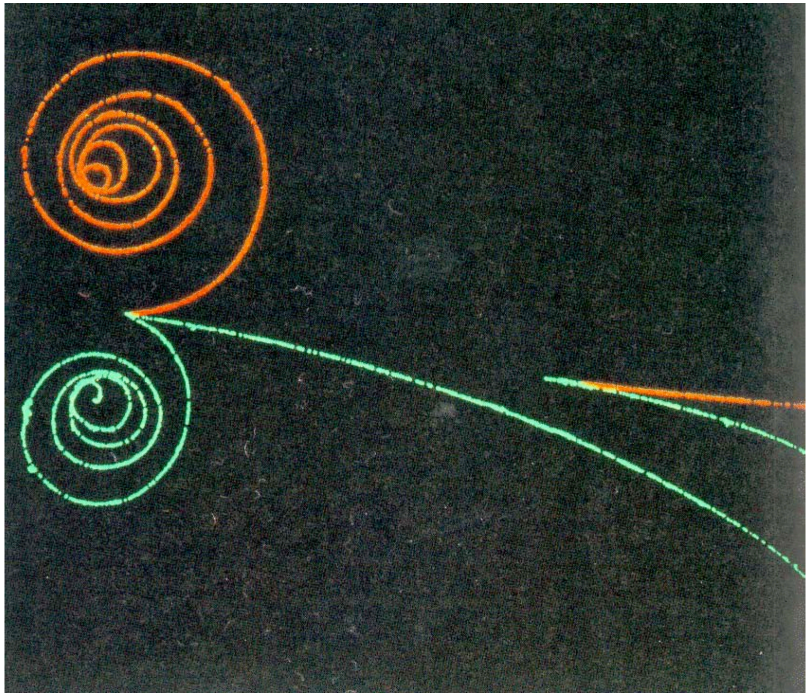


Système	temps (s)
Univers	$5\,10^{17}$
âge d’étudiant	$6.3\,10^{8}$
un cours	$3\,10^{3}$
battement de coeur	1
vibration d’atome	10^{-13}
collision nucléaire	10^{-22}

Age des galaxies

$$\boxed{\frac{T}{t} = 10^{39}}$$

collisions



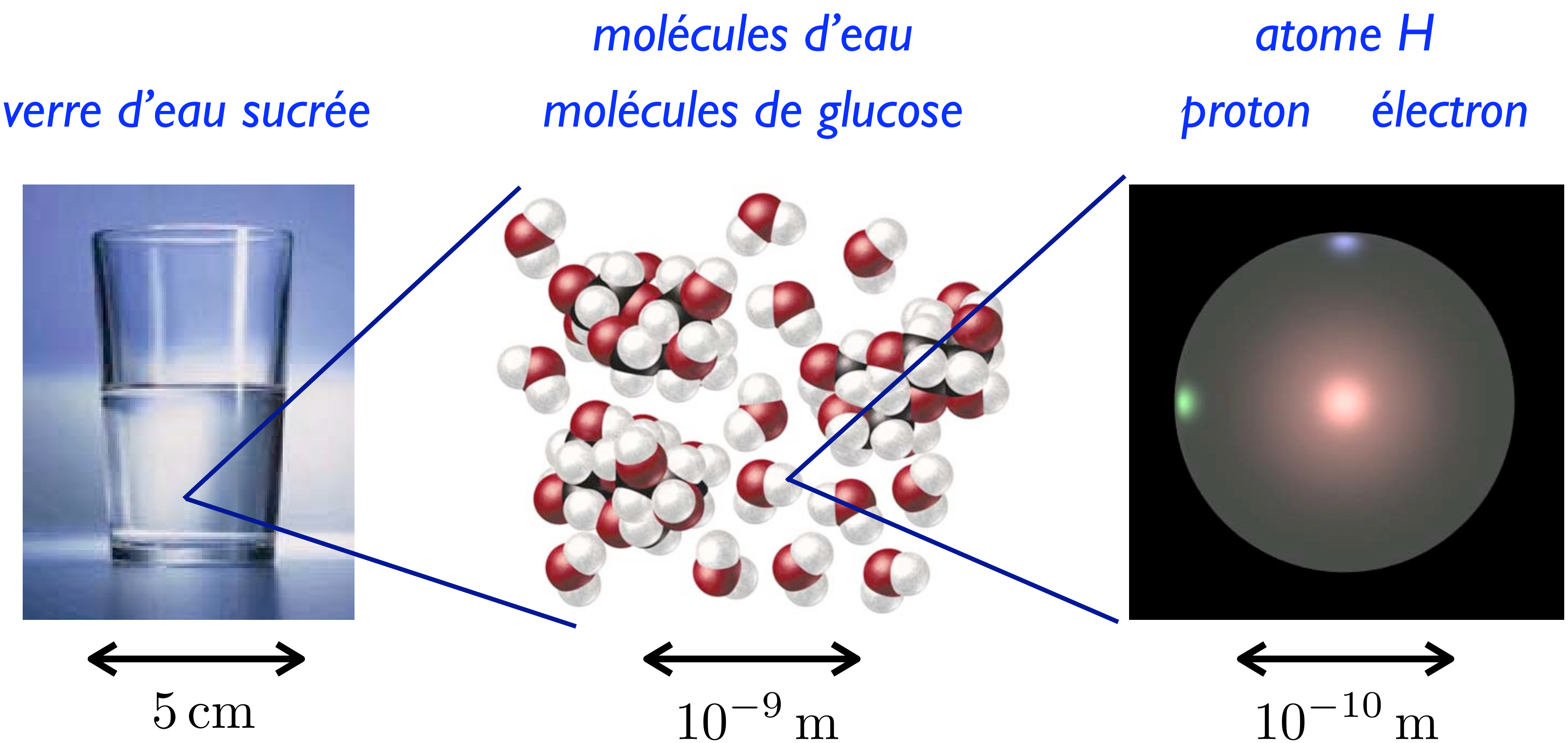
3. Suffixes standards

atto	a	10^{-18}
femto	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
micro	µ	10^{-6}
milli	m	10^{-3}
centi	c	10^{-2}
déci	d	10^{-1}

déca	D	10
hecto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
méga	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
exa	E	10^{18}

4. Matière et densité

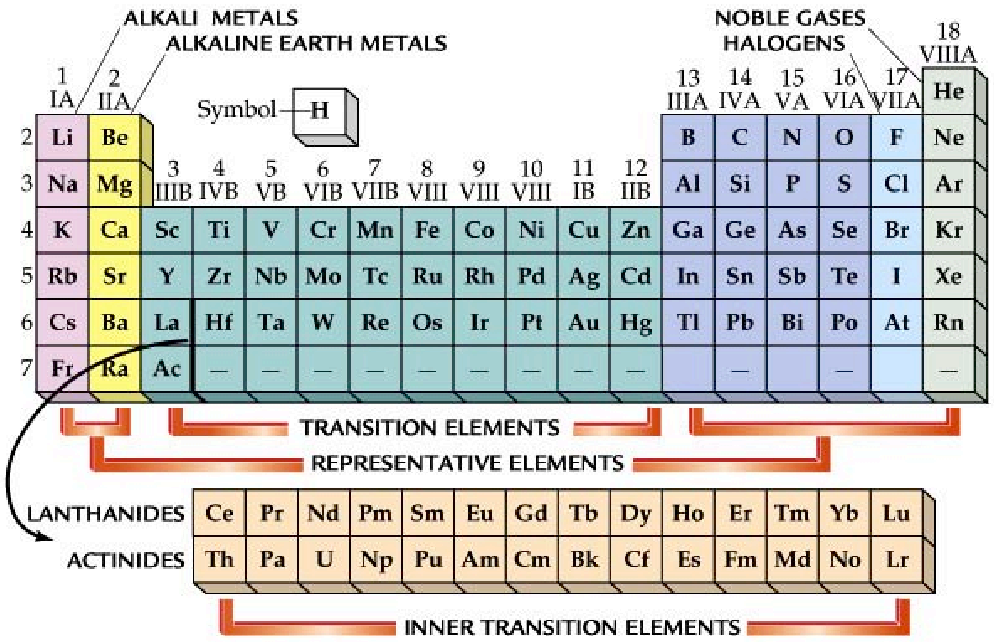
- Matière :



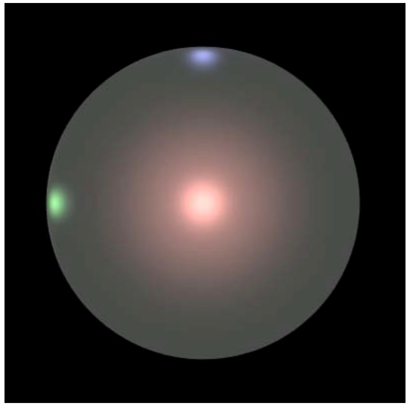
Toute la matière, la vie est une question
de protons, de neutrons et d’électrons

• Combinaisons :

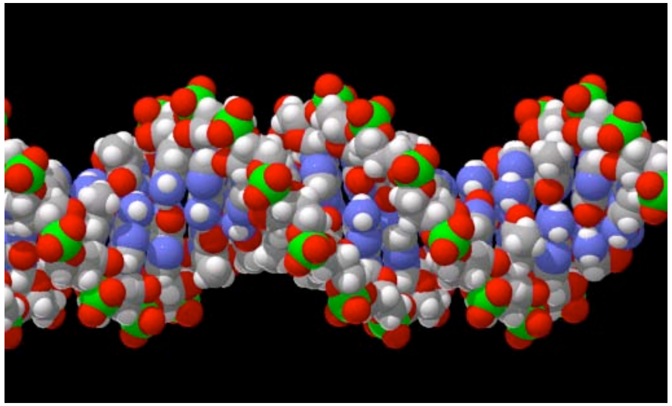
- types d'atomes : plus de 100



- infinité de molécules :

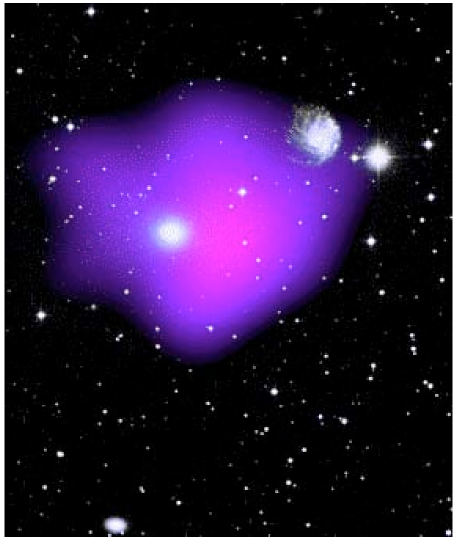
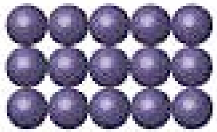
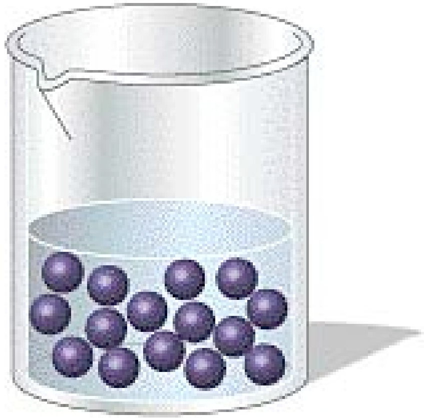
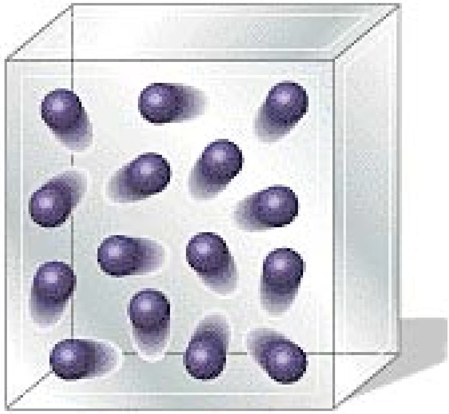


H : 1 atome

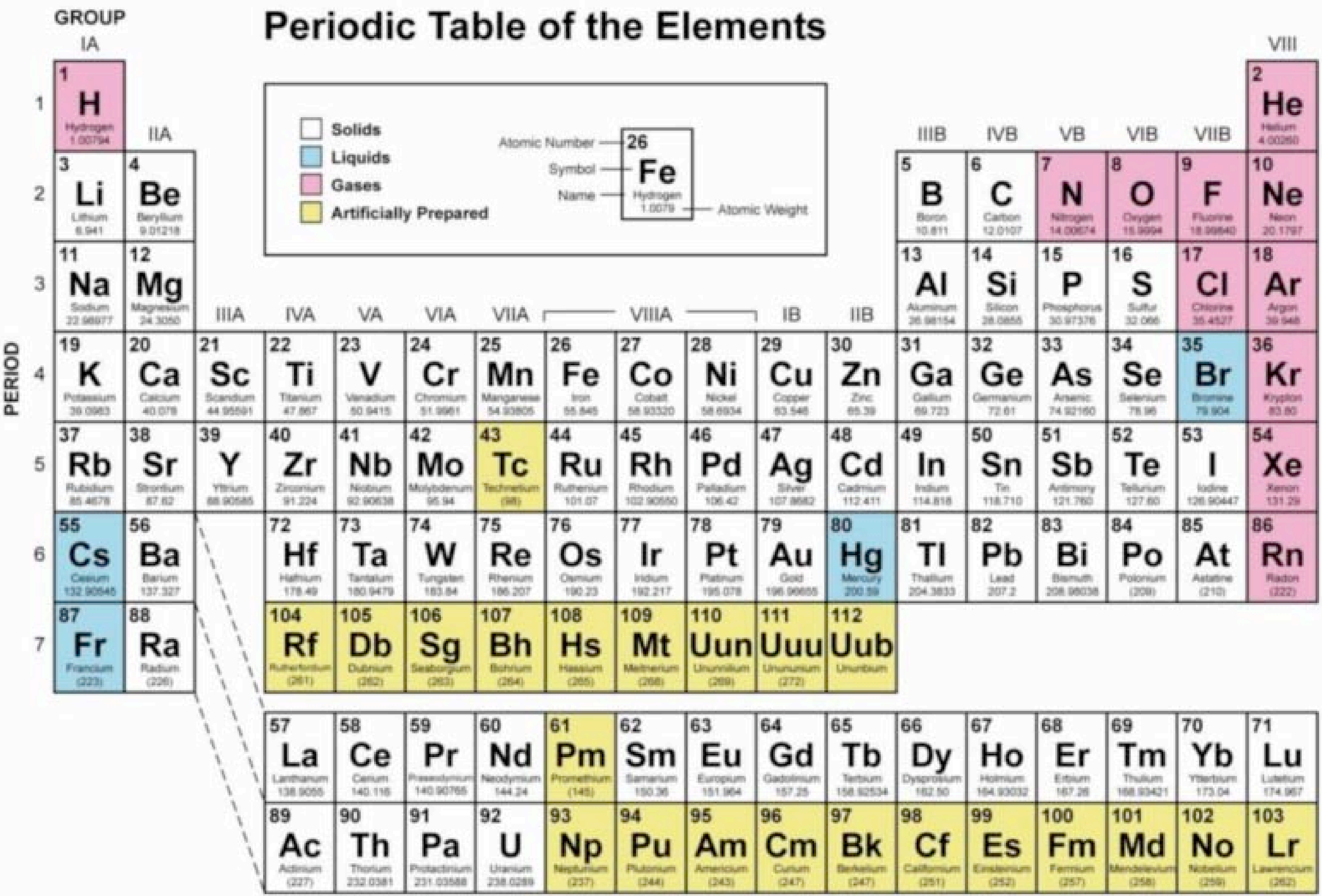


ADN : 1 000 000 atomes

• Etats de la matière :

solide	*liquide*	*gaz*
		
cohésion	cohésion	sans cohésion
ordre moléculaire	désordre moléculaire	désordre moléculaire
		

Periodic Table of the Elements

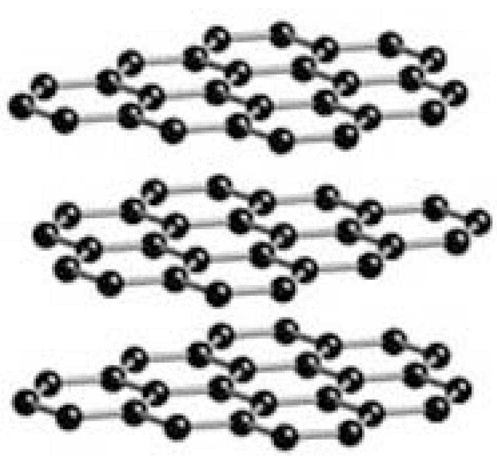


- Densité : - pour différencier différents états de la matière
  - pour se débarrasser des facteurs géométriques

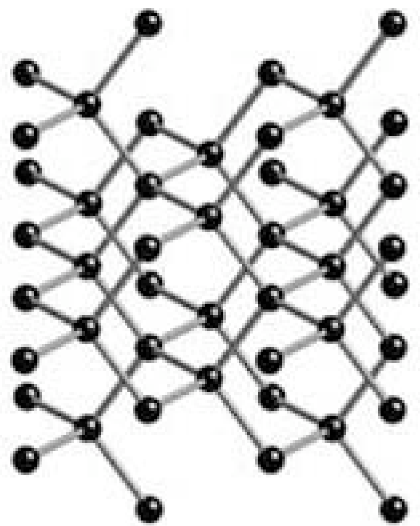
$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

système	ρ [kg/m^3]
air	1.25
eau	1000
mercure	13570
graphite	2250
diamant	3510

- Attention : une même matière peut se présenter sous différentes formes ayant des densités différentes



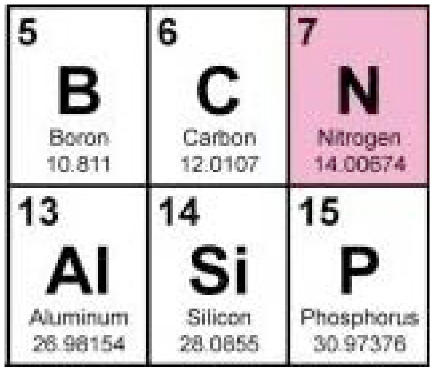
graphite

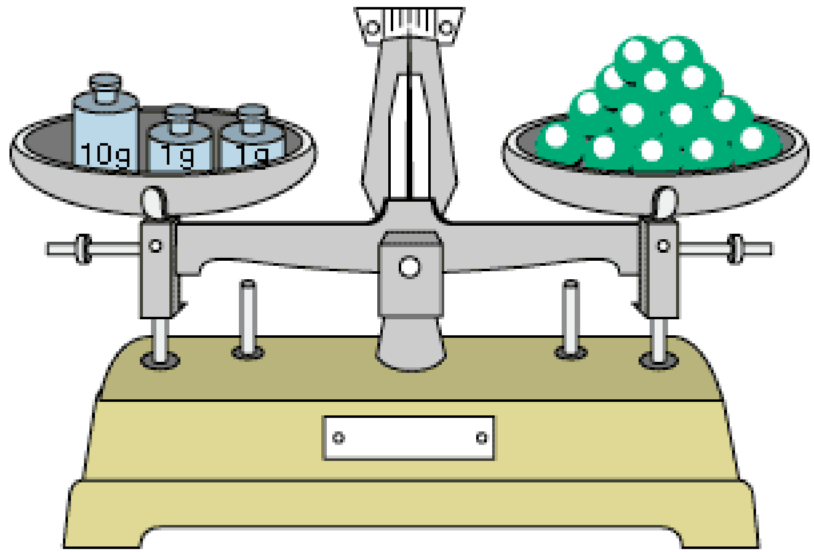


diamant

- Nombre d'Avogadro :

nombre d'atomes de Carbone 12 pour former 12 g de matière





$$N_A = 6.022\,10^{23}\ \text{particules/mol}$$

5. Chiffres significatifs

$$0.008 = 8\,10^{-3}$$

$$0.0087 = 8.7\,10^{-3}$$

format scientifique

$$0.00872 \approx 8.7\,10^{-3}$$

$$\pi = 3.1415... \approx 3.14$$

$$1.87 \times 1.87 = 3.4969 \approx 3.5$$

inutile de traîner des décimales !

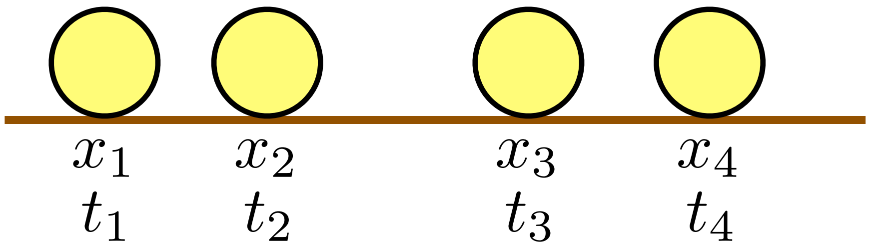
$$\frac{\pi^2}{g} = \frac{(3.14)^2}{9.81} \approx 1$$

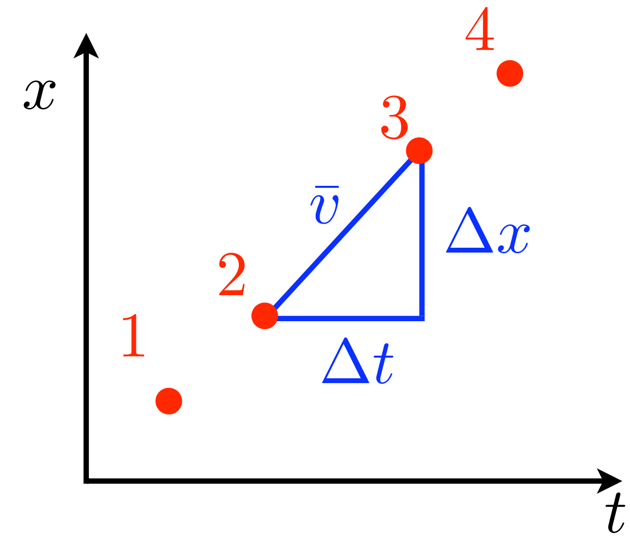
bon, les physiciens exagèrent un peu

Chapitre 2 : Cinématique (1d)

1. Mouvement

- Mouvement et graphe (x,t) :





- Déplacement : $\Delta x = x_f - x_i$

- Vitesse : - vitesse moyenne : $\bar{v} = \dfrac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

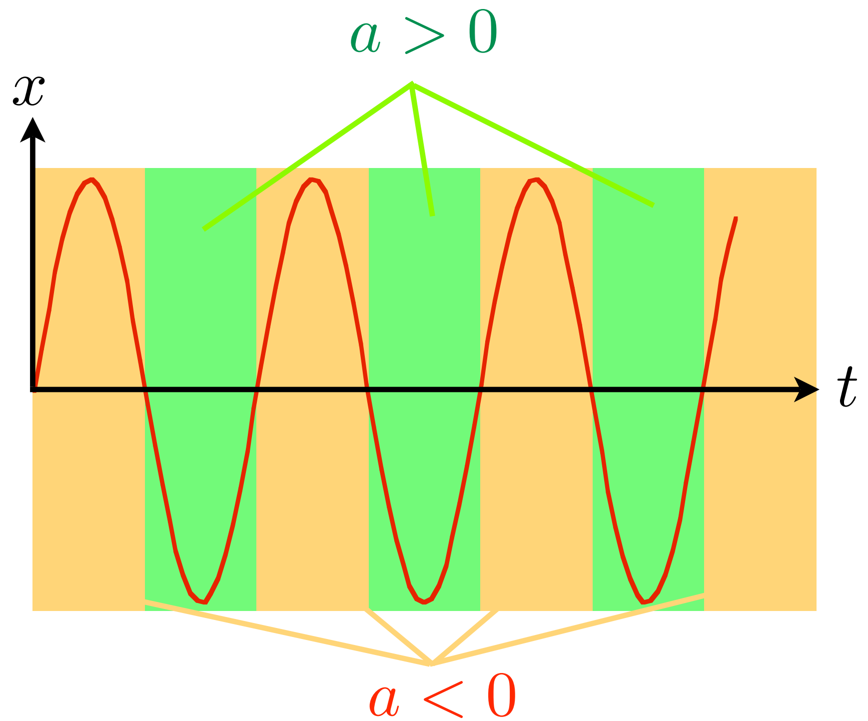
  - vitesse instantanée : $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}$

pente dans graphe (x,t)

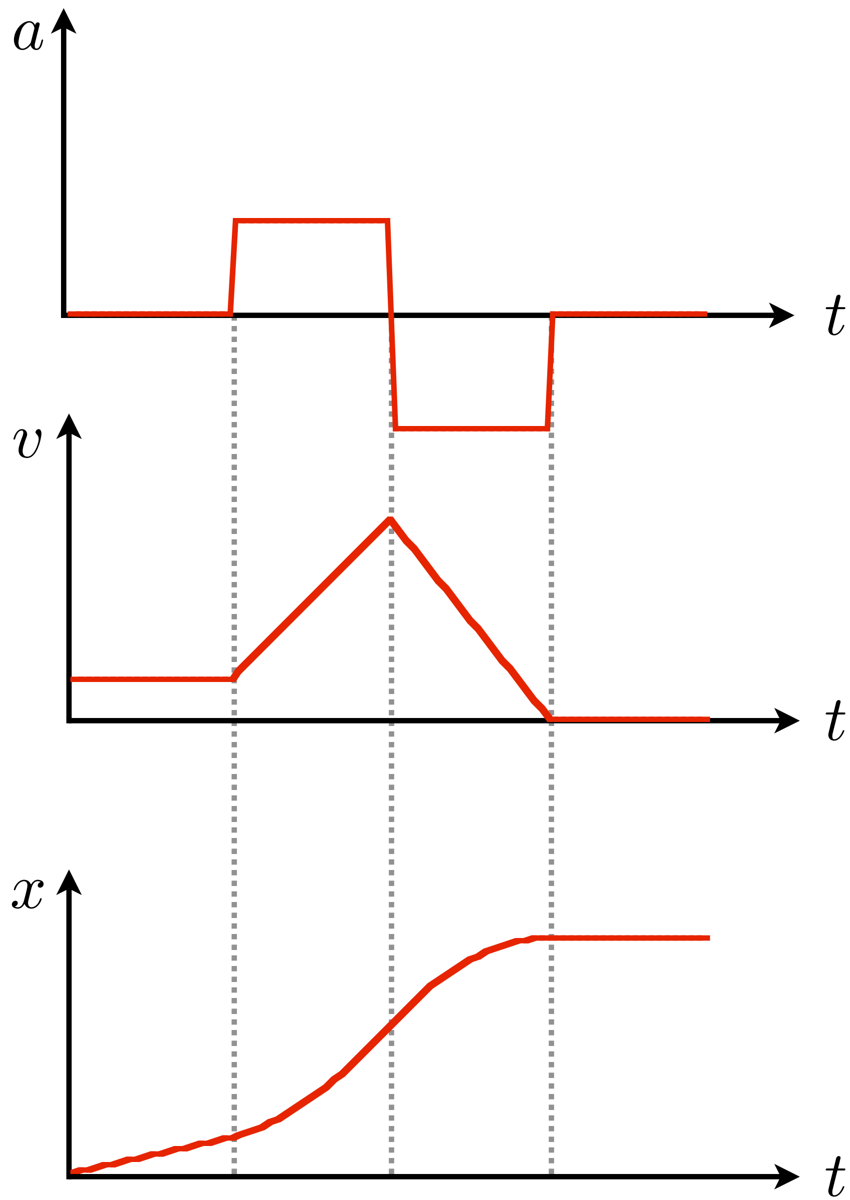
• Accélération : - accélération moyenne : $\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

- accélération instantanée : $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

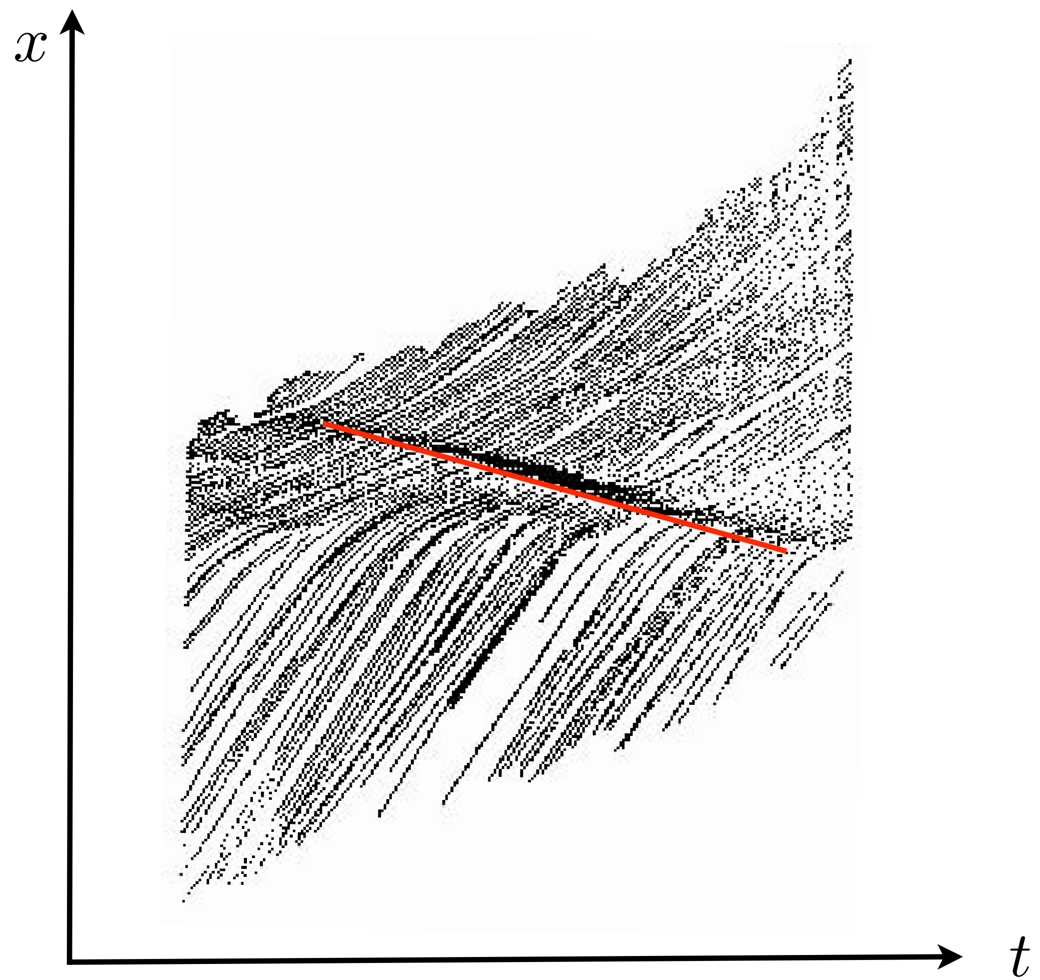
• Exemple : ressort



• Analyses graphiques :



• Bouchons sur les autoroutes :



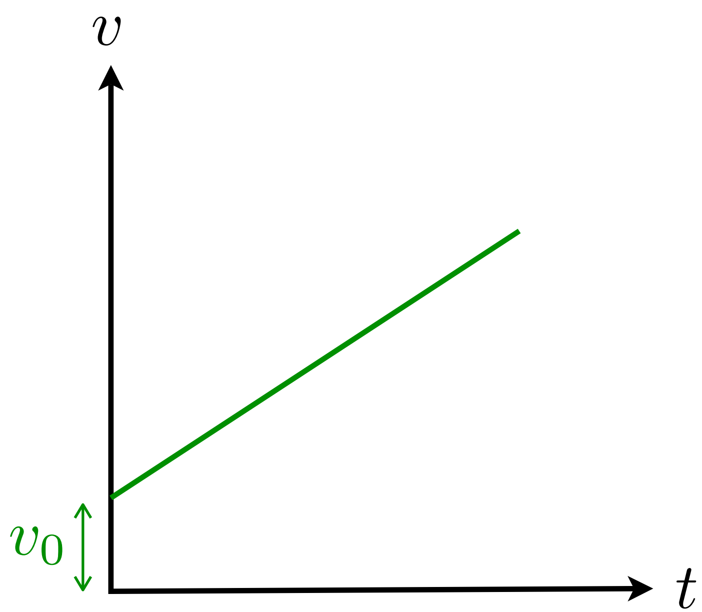
le bouchon recule !

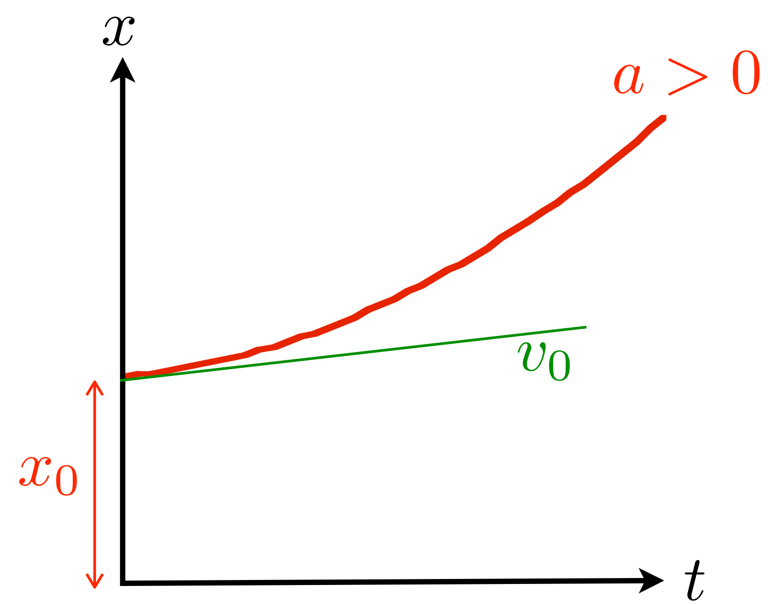
2. Cas particulier : MRUA

- Si accélération constante :

$$\frac{dv}{dt} = a \longrightarrow v = v_0 + at$$

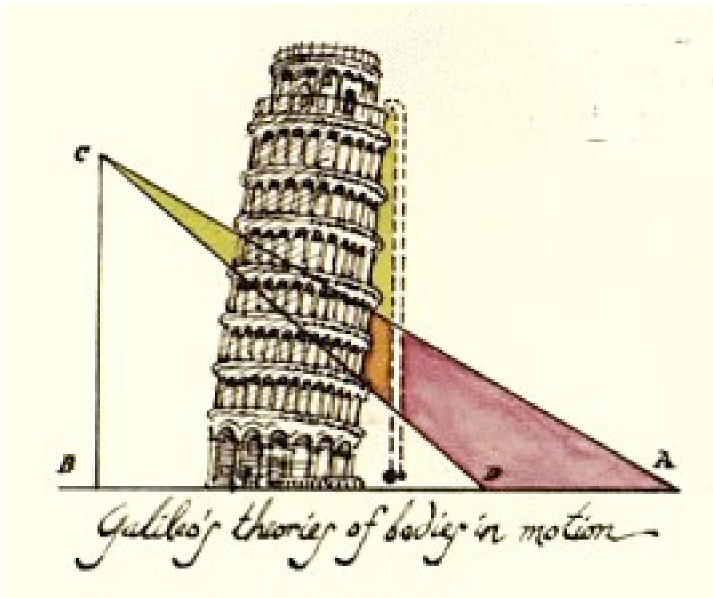
$$\frac{d^2x}{dt^2} = a \longrightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$





3. Chute libre

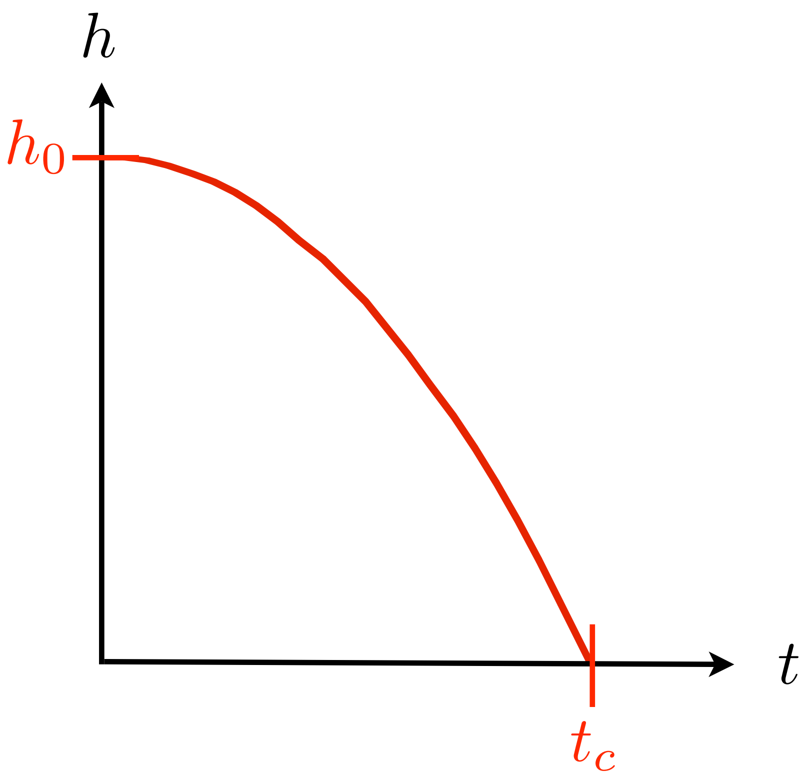
- Expérience de Galillée



temps de chute indépendant
de la masse de l'objet

Appolo 15

- Le temps de chute :



pas de vitesse initiale : $v_0 = 0$

équation : $h = h_0 - \frac{gt^2}{2}$

temps de chute : $t_c = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$

vitesse au sol : $v(t_c) = \sqrt{2gh_0}$

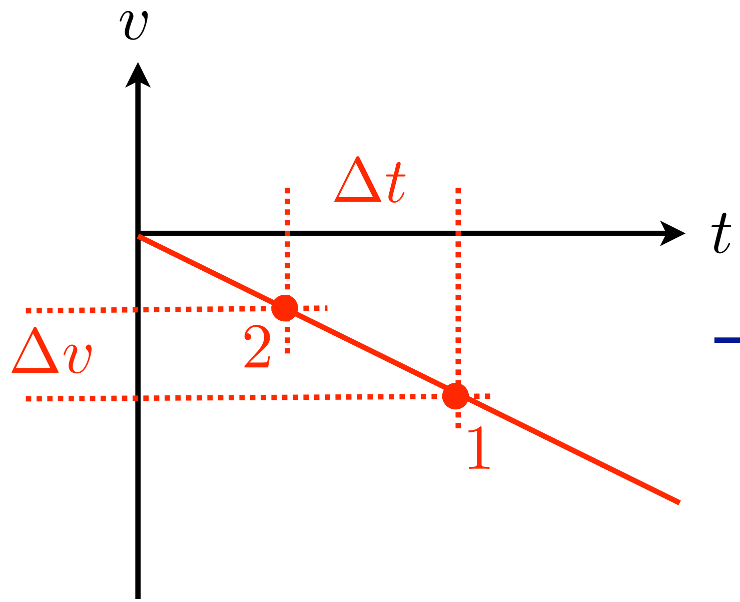
- Exemple : chute de la tour Eiffel

$$h_0 = 320\,\mathrm{m}$$

$$\longrightarrow \left| \begin{array}{l} t_c \approx 8\,\mathrm{s} \\ v \approx 80\,\mathrm{m/s} \approx 320\,\mathrm{km/h} \end{array} \right.$$

• Problème des 2 parachutistes :

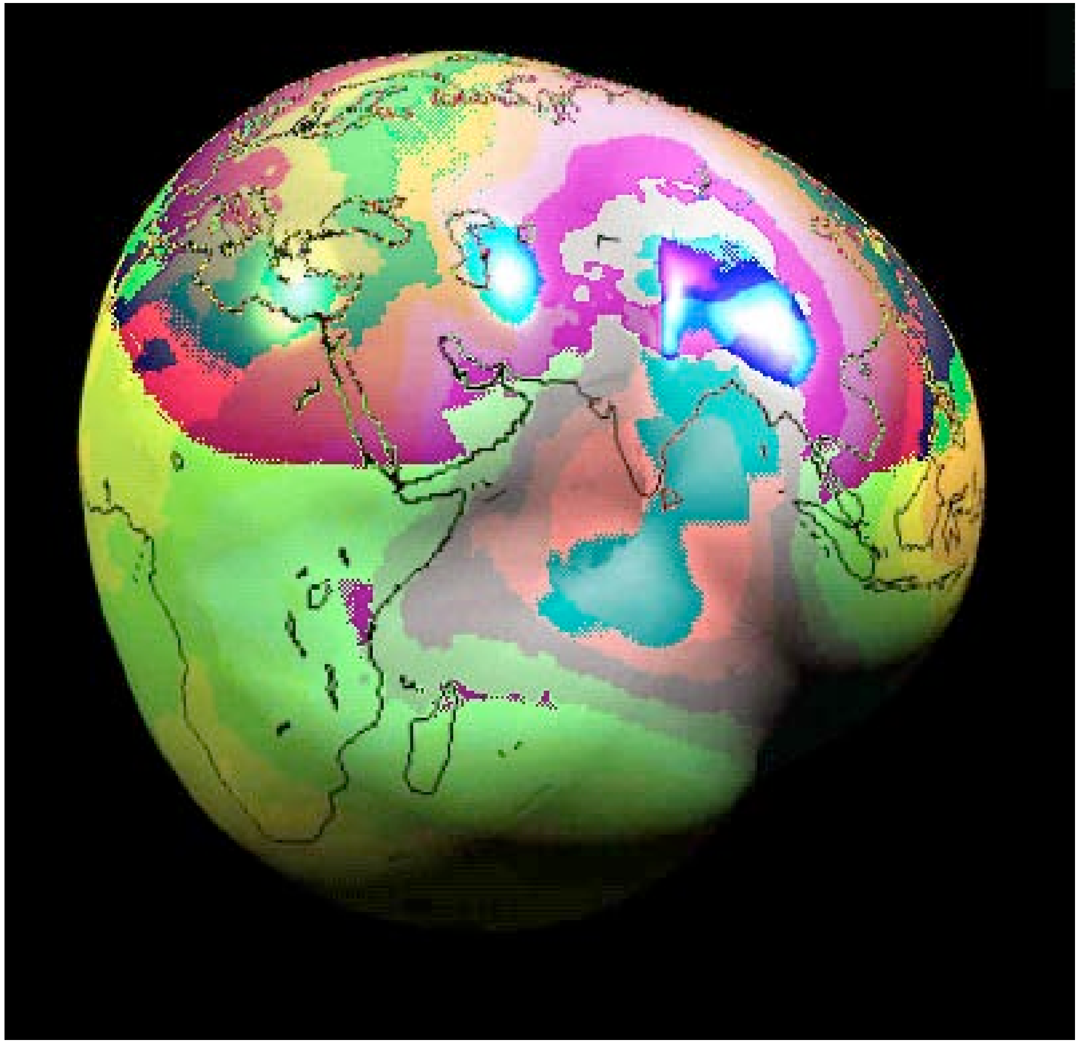
intervalle de temps Δt entre 2 sauts



$$\Delta v = cte$$

$$\Delta h = \Delta v \, t$$

- Gravité terrestre : - varie avec l'altitude
  - varie avec la position sur Terre

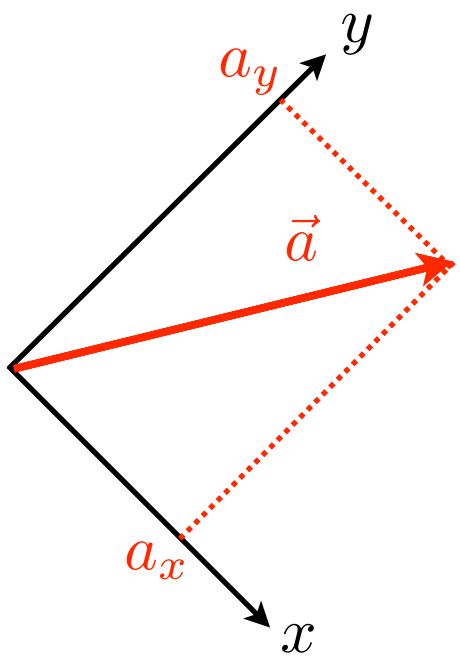


mission Grace, NASA.

Chapitre 3 : Calcul vectoriel

Rappels

- Vecteurs et projections



$\vec{a} = (a_x, a_y)$

3d : $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$

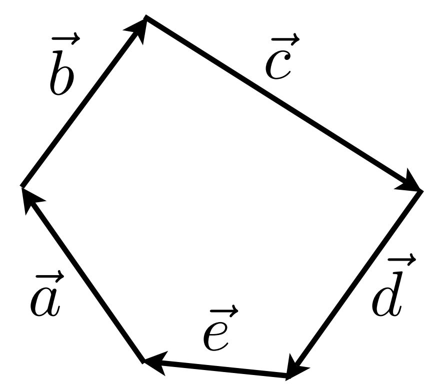
un vecteur définit une position, un sens et/ou une orientation

- Algèbre vectorielle :

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \qquad (c_i = a_i + b_i)$$

$$\vec{a} - \vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{0}$$



- Norme :

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

"longueur" du vecteur

- Base orthonormée :

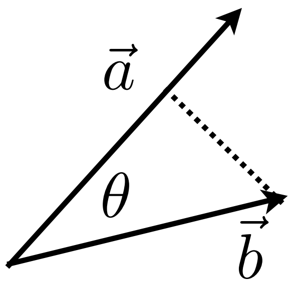
$$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

- Produit scalaire :

$$\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a}.\vec{b} = ab\cos\theta$$

$$a^2 = \vec{a}.\vec{a}$$



utile pour les projections

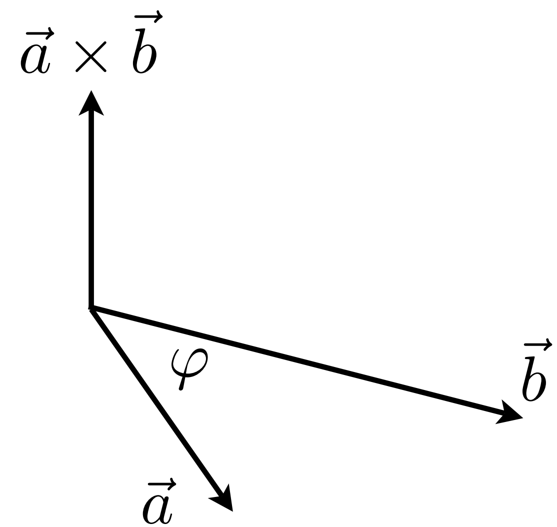
cercle trigonométrique !

- Notation anglosaxonne : $\vec{a} = \mathbf{a}$

$$|\mathbf{a}| = a$$

- Produit vectoriel :

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$



$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin \varphi$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{a} = 0 = (\vec{a} \times \vec{b}).\vec{b}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c} = (\vec{b} \times \vec{c}).\vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{c}).\vec{b}$$


GERARDMER 17 450
CARBOGNANO
DOME C
IGLOO 64m
SARLAT LA CANEDA
FORAGE EPICA
VIRY 17 044
MONTEFREDENTE
TRIESTE

Chapitre 4 : Mouvements dans l’espace

I. Définitions

- Déplacement : I d : $\Delta x = x_f - x_i$

  3d : $\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$

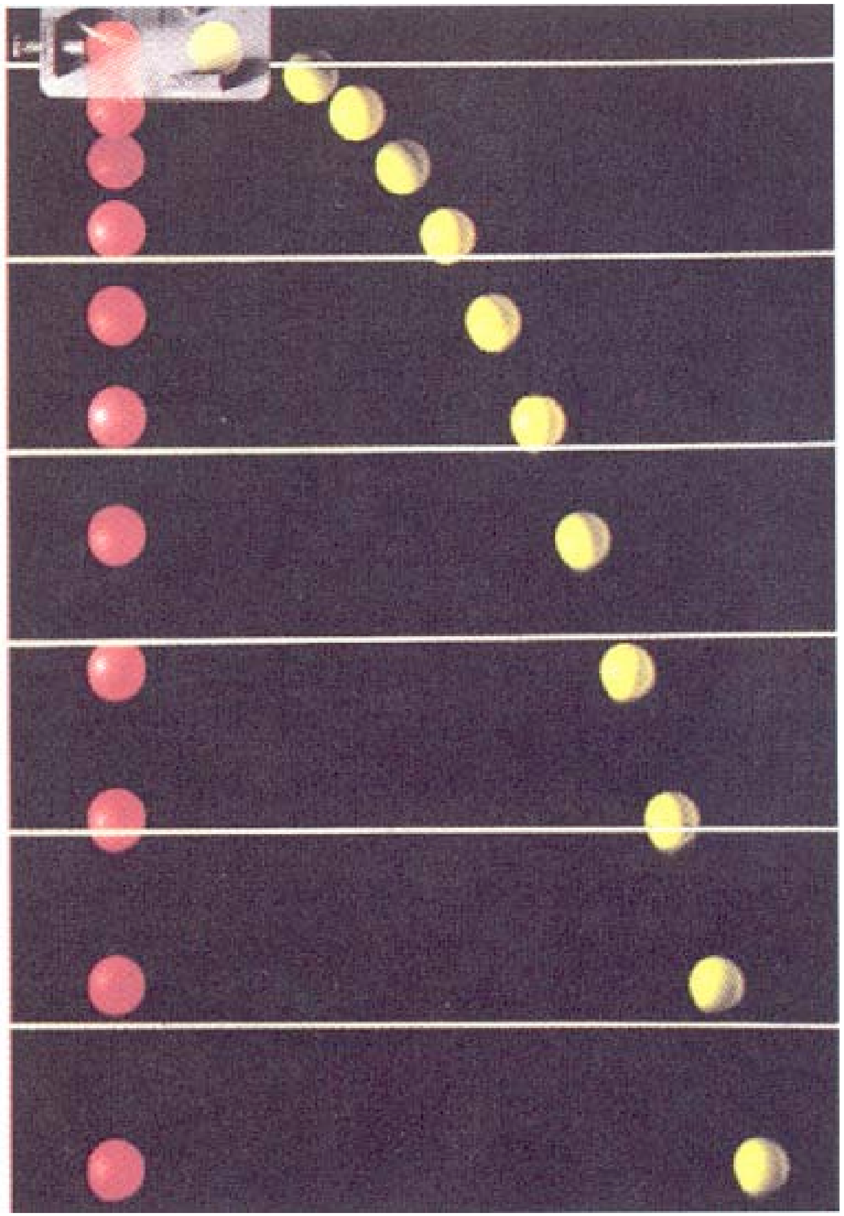
- Vitesse : vitesse moyenne : $\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

  vitesse instantanée : $\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

la vitesse est toujours tangente à la trajectoire

- Accélération : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

- Composition du mouvement



MRUA MRUA + MRU

grandeurs vectorielles

↓

séparation des composantes

2. Tir parabolique

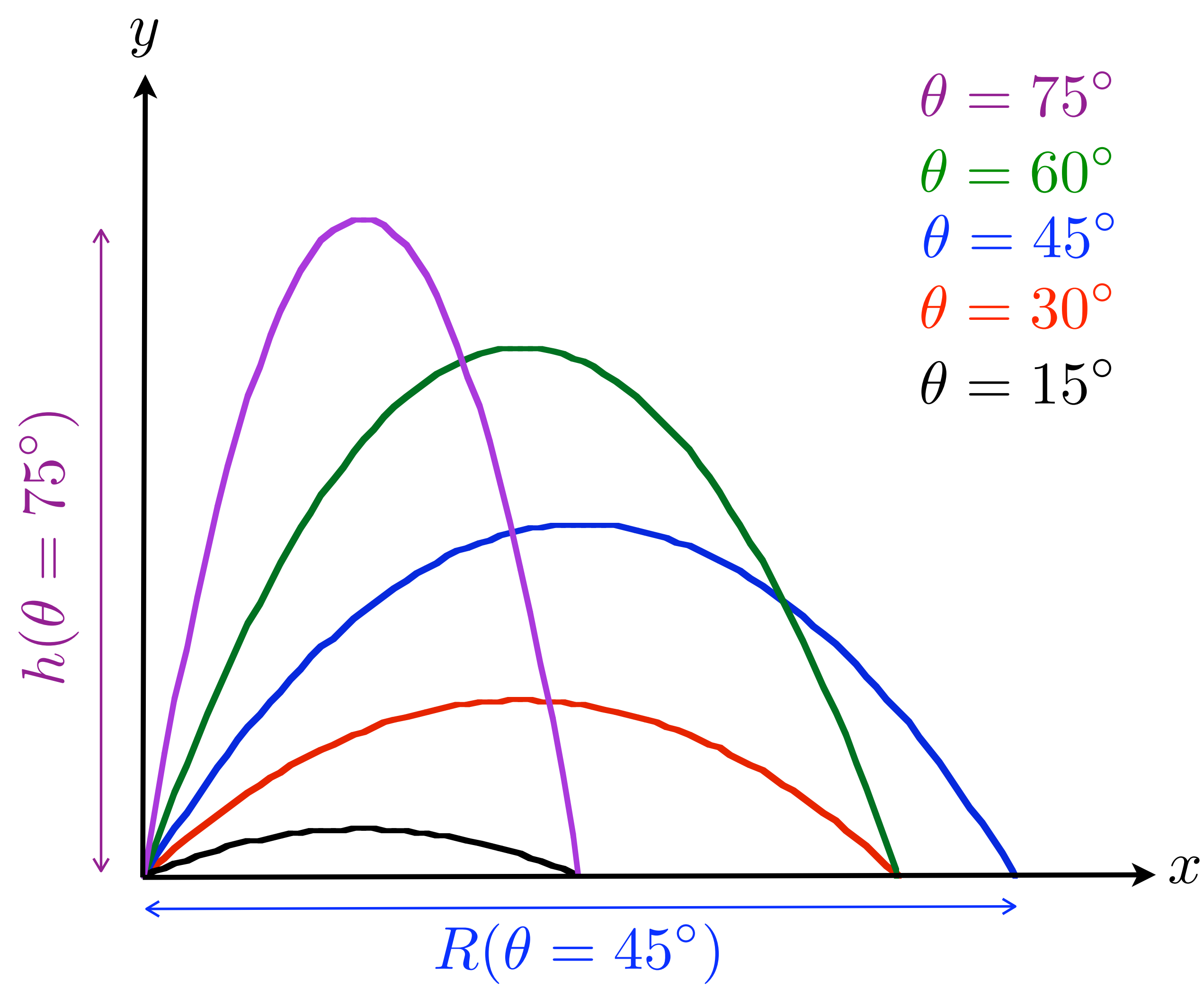
- Exemples : chute libre, ballistique

• Trajectoire : on a θ v_i

- portée R
- hauteur h

$$\left| \begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} v_x = v_i \cos\theta \\ v_y = v_i \sin\theta \end{array} \right.$$



suivant x : MRU : $x_f = (v_i \cos\theta)\, t$

suivant y : MRUA : $y_f = (v_i \sin\theta)\, t - \frac{1}{2} g t^2$

en éliminant t : $\boxed{y = (\tan\theta)\, x - \left(\frac{g}{2v_i^2\cos^2\theta}\right) x^2}$ = parabole

hauteur ? $v_y = 0$ en $t = t_s$

$$0 = v_i \sin\theta - g t_s \longrightarrow t_s = \frac{v_i \sin\theta}{g}$$

$$\boxed{h = \frac{v_i^2 \sin^2\theta}{2g}}$$

h max quand $\theta = 90^\circ$

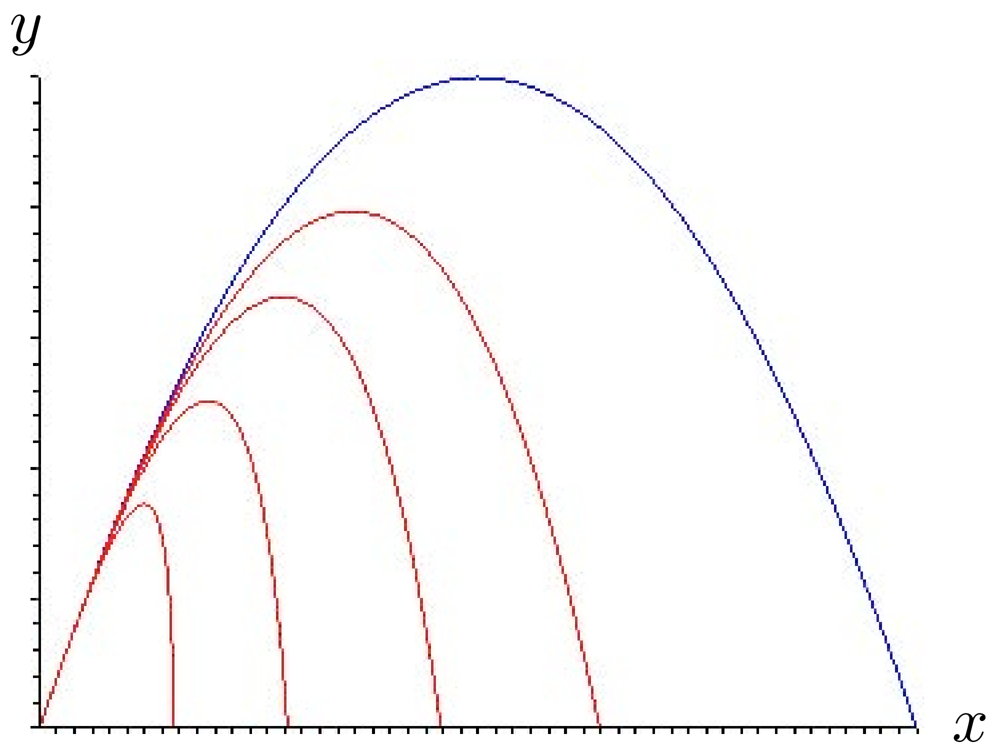
portée ? $2t_s = t_{vol}$

$$R = v_i \cos\theta 2t_s$$

$$\boxed{R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g}}$$

R max quand $\theta = 45^\circ$

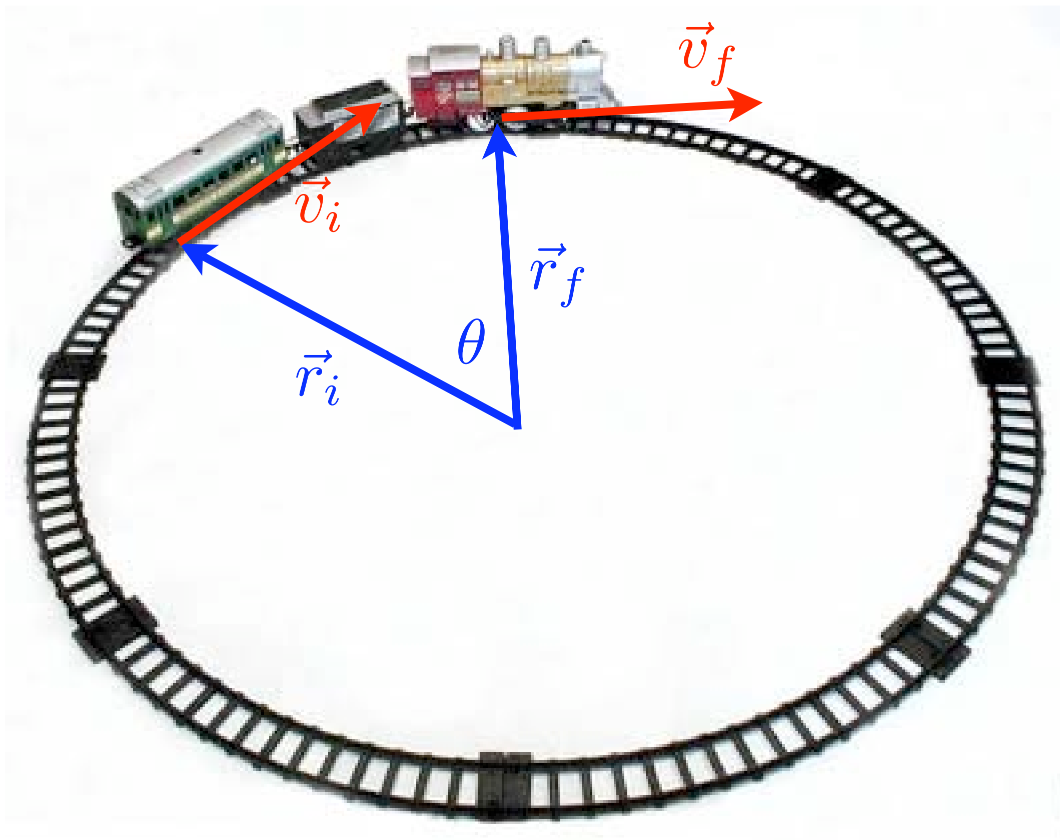
• Dans la réalité : effet de l’air (frottements)

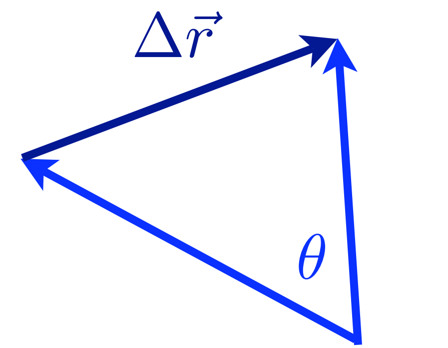


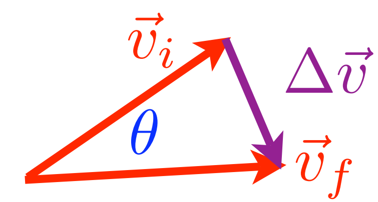
L’angle optimal est inférieur à 45°

3. Mouvement circulaire uniforme

- Définition : trajectoire circulaire et $|\vec{v}| = v = cte$







Δ semblables : $\dfrac{\Delta v}{v} = \dfrac{\Delta r}{r}$

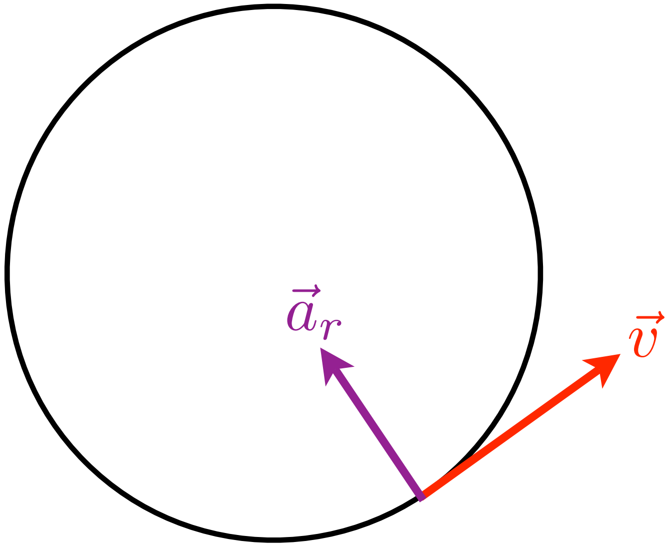
$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\longrightarrow \quad a = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \frac{v^2}{r}$$

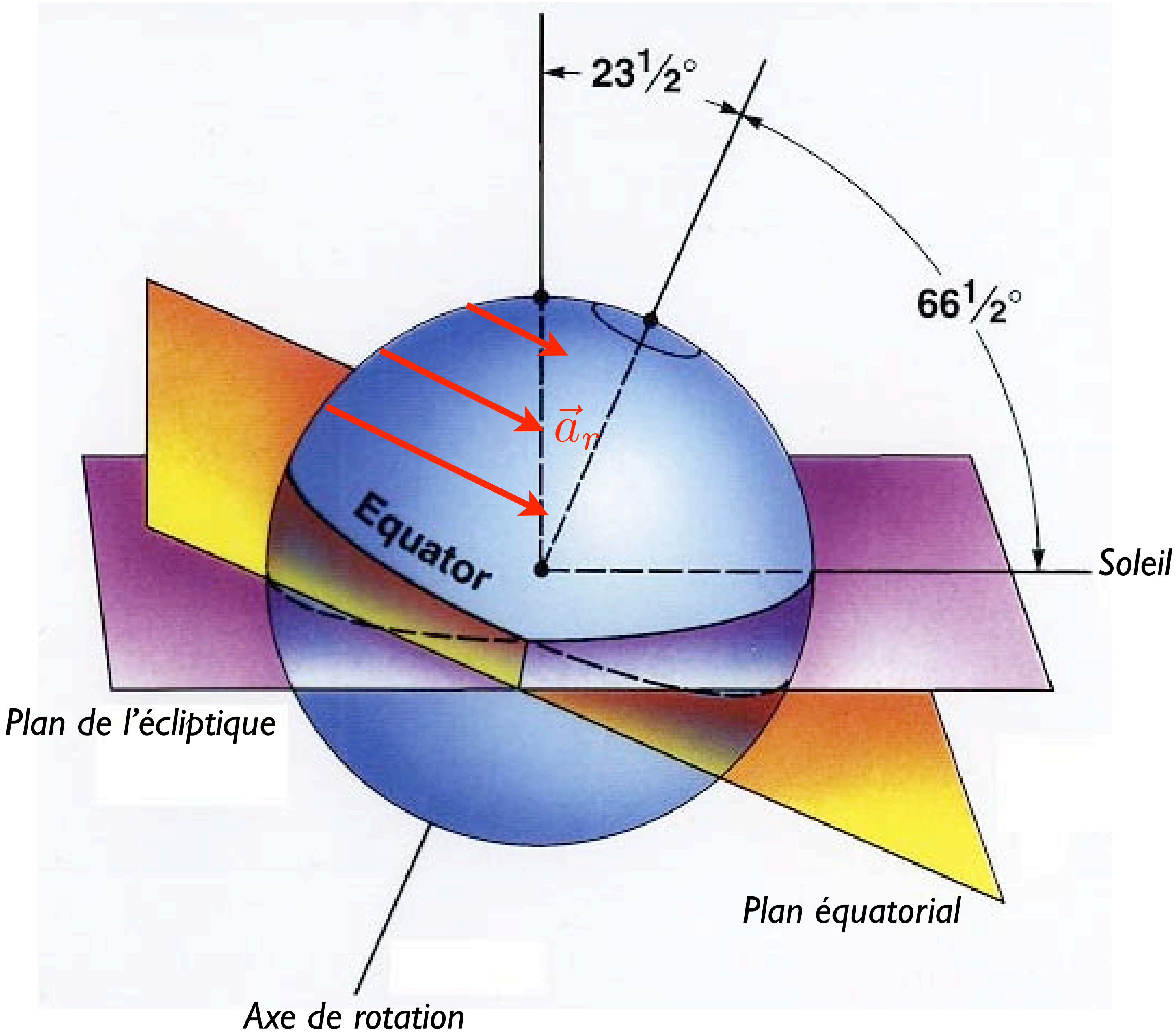
- Accélération centripète :

  - accélération radiale (perpendiculaire à $\vec{v}$)
  - change l'orientation du vecteur vitesse
  - dirigée vers le centre de la trajectoire circulaire
  - module :

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r}}$$



- Example : rotation de la Terre



accélération dépend de la latitude

accélération dirigée vers l'axe de rotation

A l'équateur, l'accélération centripète a la même orientation que la gravité.

$$a_r = \frac{v^2}{R_T}$$

$$v = \frac{\text{equateur}}{\text{jour}} = \frac{40000000\,\mathrm{m}}{24\,60\,60\,\mathrm{s}} \approx 463\,\mathrm{m/s}$$

$$R_T = 6000000\,\mathrm{m}$$

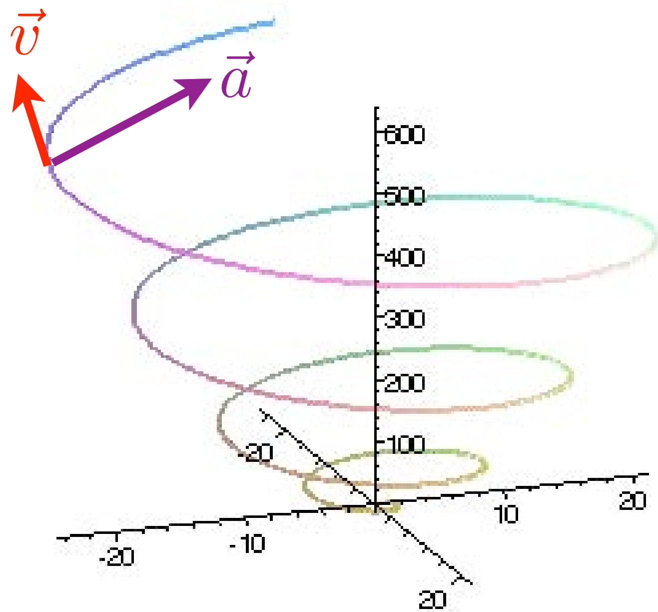
$$\longrightarrow \quad a_r = 0.036\,\mathrm{m/s}^2$$

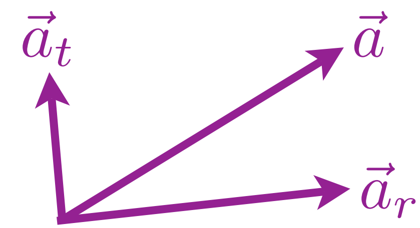
$$\boxed{a_r \ll g}$$

L'accélération centripète est négligeable
par rapport à l'accélération de la gravité.

4. Trajectoire quelconque

- Accélération totale = accélération radiale + accélération tangentielle





$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

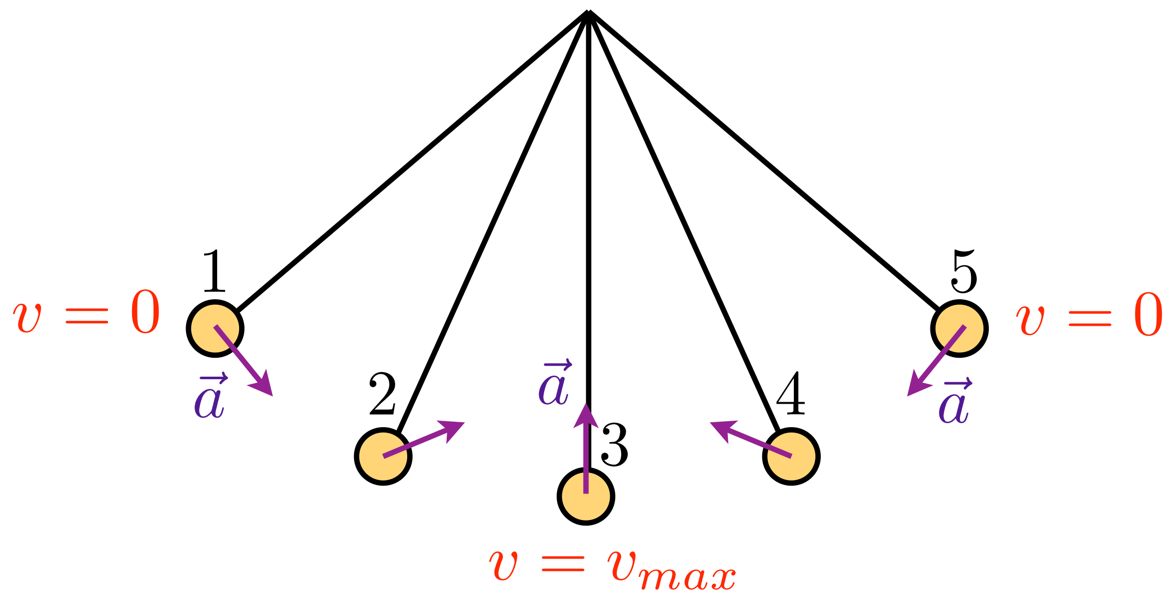
- Formulation :

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$ change la direction de v

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$ change l'intensité de v

$$\boxed{a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}}$$

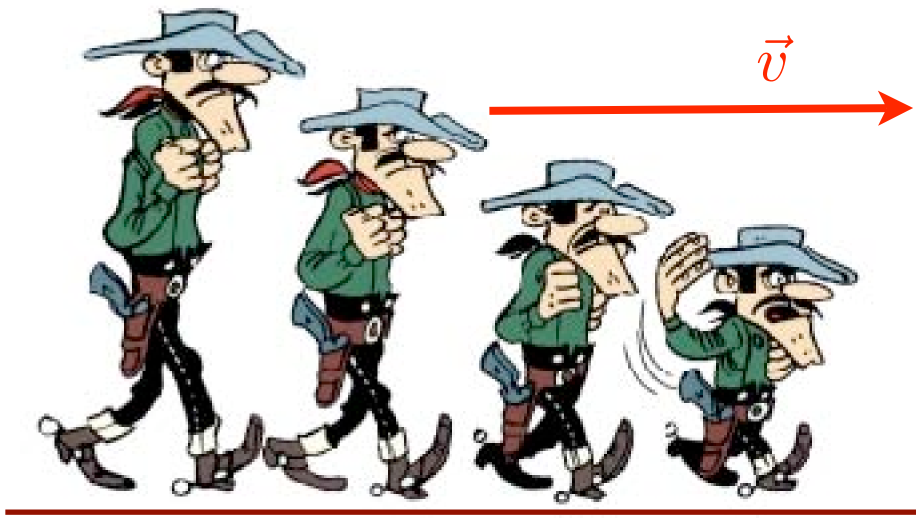
• Application : le pendule



	v	a_r	a_t
1	*0*	*0*	*max*
2	*≠0*	*≠0*	*≠0*
3	*max*	*max*	*0*
4	*≠0*	*≠0*	*≠0*
5	*0*	*0*	*max*

5. Vitesse et accélération relatives

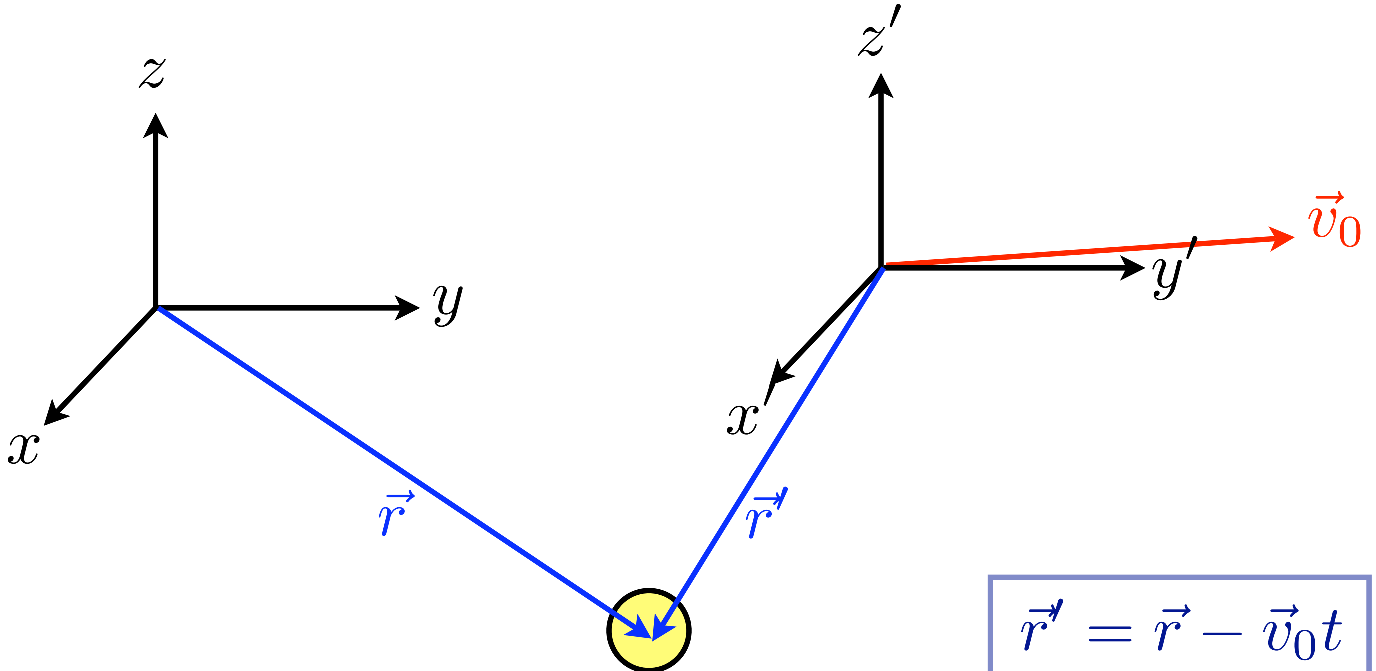
- Exemples : en voiture, sur un tapis roulant, en avion, en bateau



Lucky Luke voit les Dalton avancer.
Les Dalton voient Lucky Luke reculer !

- Repères galiléens : vitesse relative constante

• Transformation galiléenne : vitesse relative constante



$$\boxed{\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_0 t}$$

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{v}_0 \frac{dt}{dt} \longrightarrow \boxed{\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_0}$$

$$\frac{d\vec{v}'}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{d\vec{v}_0}{dt} \longrightarrow \boxed{\vec{a}' = \vec{a}}$$

- Problème des deux trains :

Chapitre 5 : Lois de mouvement

(3 lois de Newton)

1. Concept de Force

- Force : mise en mouvement/arrêt

  force ⟶ accélération

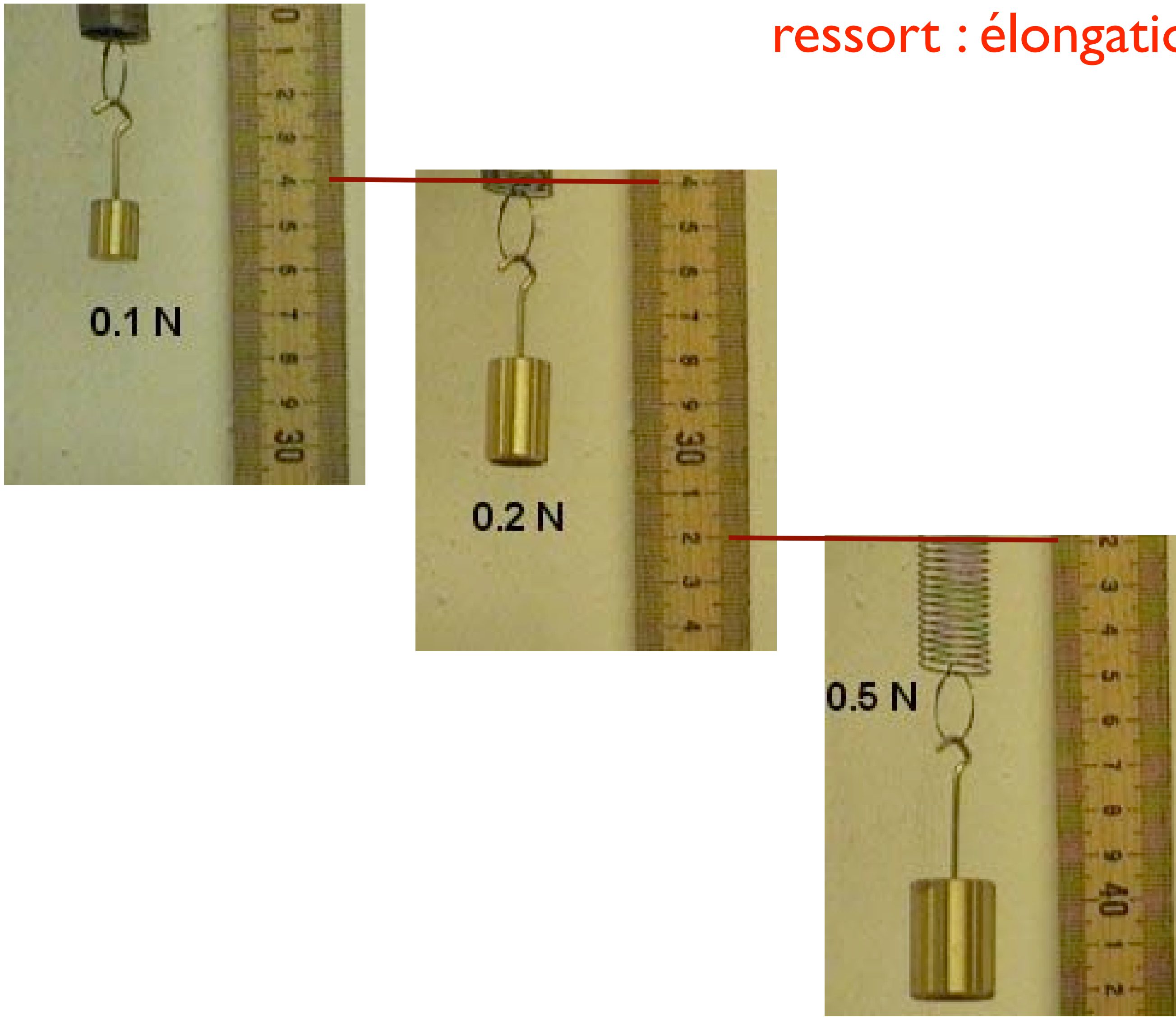
- Combinaison de forces multiples

  force = grandeur vectorielle

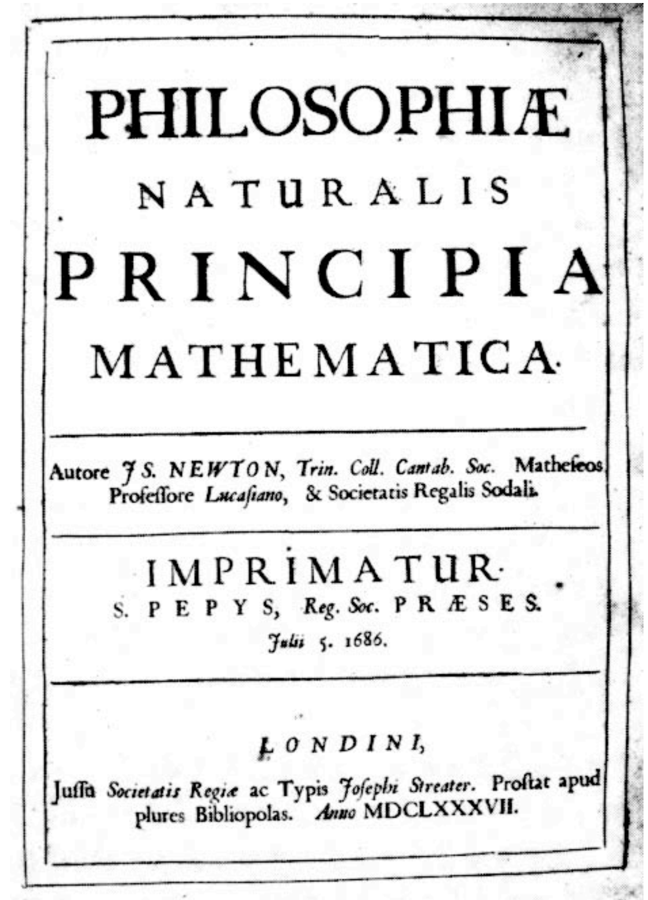
- Types de forces :
  - gravifique
  - électrique
  - magnétique
  - nucléaire faible/forte
  - de contact (frottements)

- Mesurer l'intensité d'une force : dynamomètre

ressort : élongation ~ force



2. Première loi de Newton



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J. S. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheſeos Profeſſore *Lucaſiano*, & Societatis Regalis Sodalis.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Juſſu *Societatis Regiæ* ac Typis *Joſephi Streater*. Proſtat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.

- Objet au repos : $\left| \begin{array}{l} \vec{v} = \vec{0} \\ \vec{a} = \vec{0} \end{array} \right.$

- Mouvement sans force : $\left| \begin{array}{l} \vec{v} \neq \vec{0} \\ \vec{a} = \vec{0} \end{array} \right.$

- Principe d'inertie :

$$\boxed{\vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{a} = \vec{0}}$$

3. Masse

- Masse = propriété d’un objet qui caractérise son inertie

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}}$$

- Masse ≠ Poids

2 kg sur Terre = 2 kg sur la Lune

4. Deuxième loi de Newton

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}}$$

cause

résistance (inertie)

effet

- Vectorielle : projection sur des axes

- Unité de force : le Newton (N)

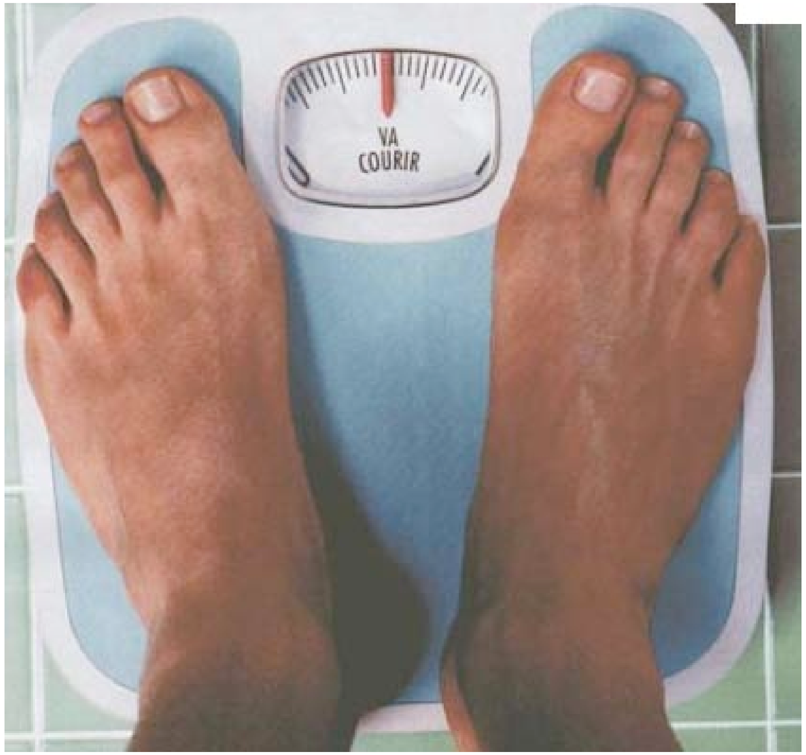
Le Newton est la force qu'il faut appliquer à une masse d'un kg pour l'accélérer d'un m/s2.

- Force gravifique :

$$\vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$$

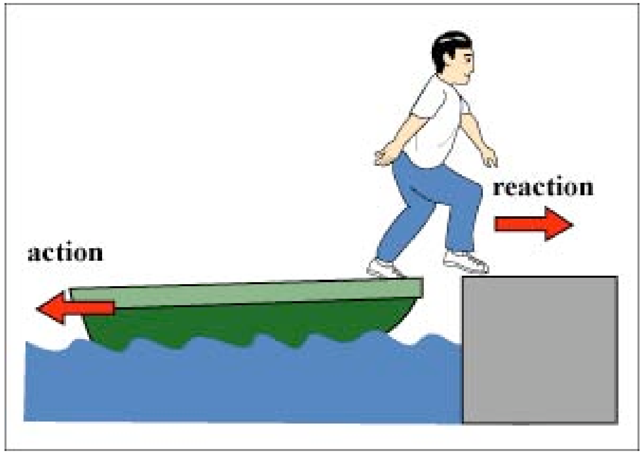
- Exemple : $m = 68\,\mathrm{kg} \rightarrow P \approx 680\mathrm{N}$ sur Terre

$\rightarrow P \approx 115\,\mathrm{N}$ sur la Lune



5. Troisième loi de Newton

• Exemple : sortir d'une barque

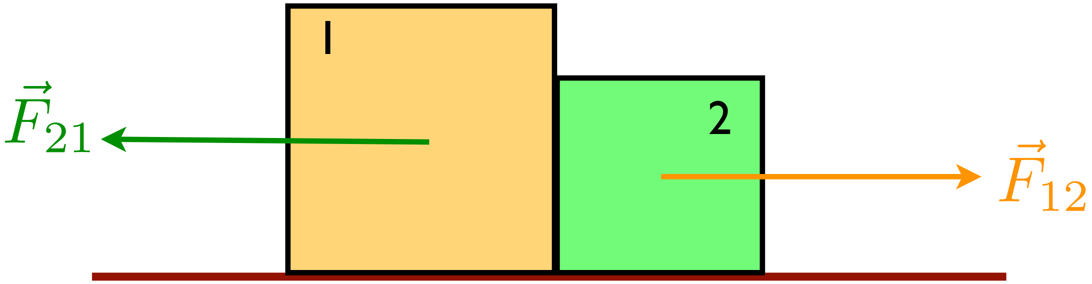


• Principe d'action/réaction

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

• Autres exemples :
- mouche sur pare-brise
- ballon/terre
- clou/maretau

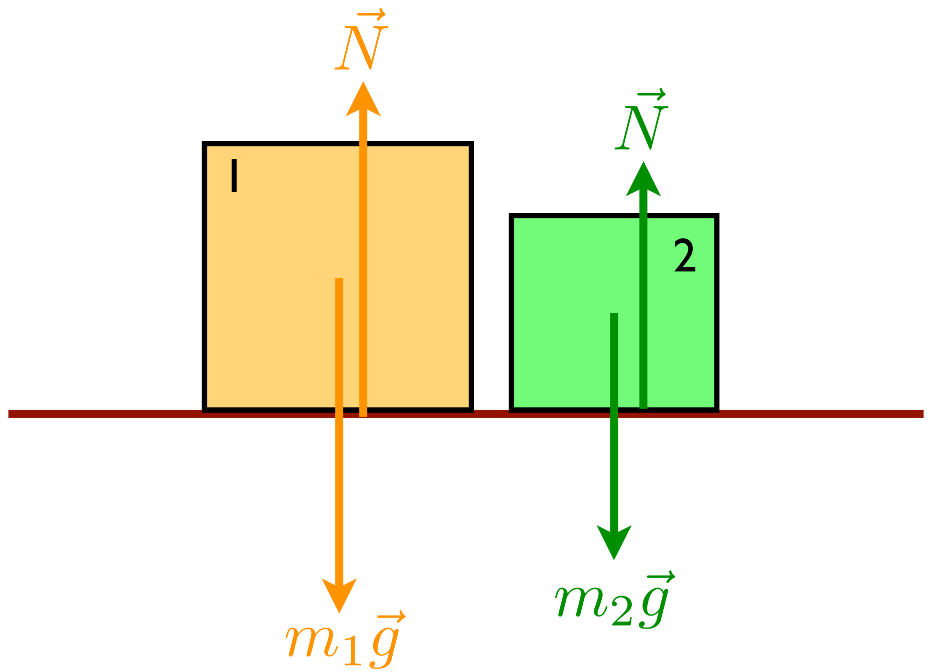
• Alors comment expliquer la mise en mouvement de certains objets ?



parce que les forces agissent sur des objets différents !

6. Force normale

- Contact :

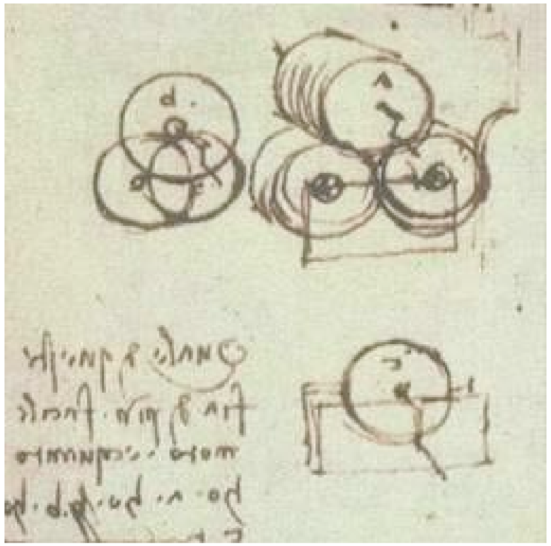


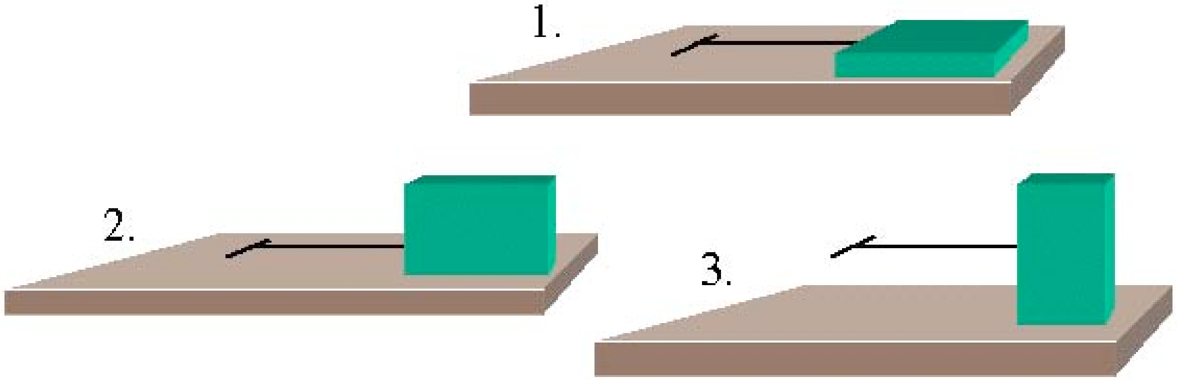
force normale = force de contact qui maintient certains objets le long d'une surface

- Attention : la force normale n'est pas toujours égale au poids de l'objet !!!

7. Forces de frottements

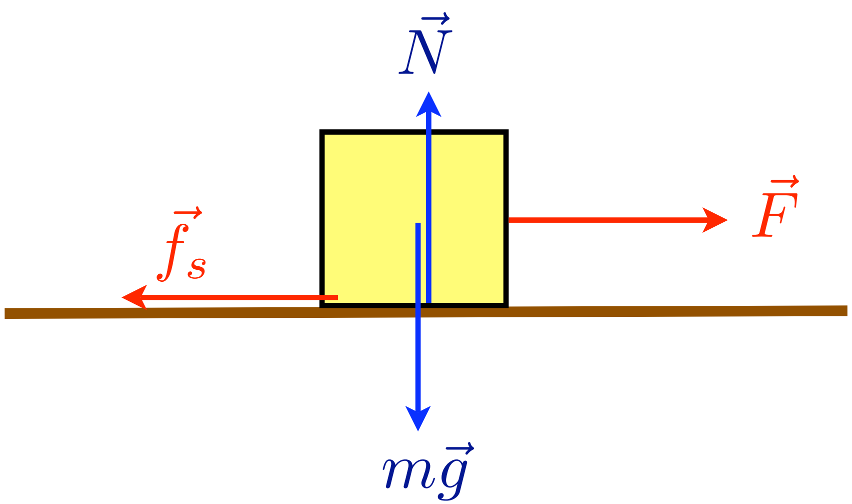
- Expérience de Léonard de Vinci :





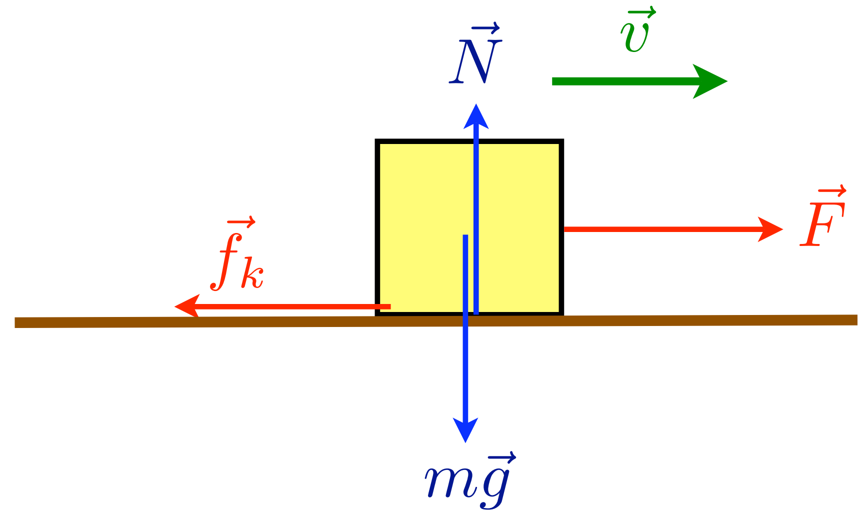
C'est la force normale qui joue un rôle,
pas la surface de contact !

- Cas statiques et dynamiques :



$\vec{f}_s$ résiste à la mise en mouvement

$$f_s = \mu_s N$$



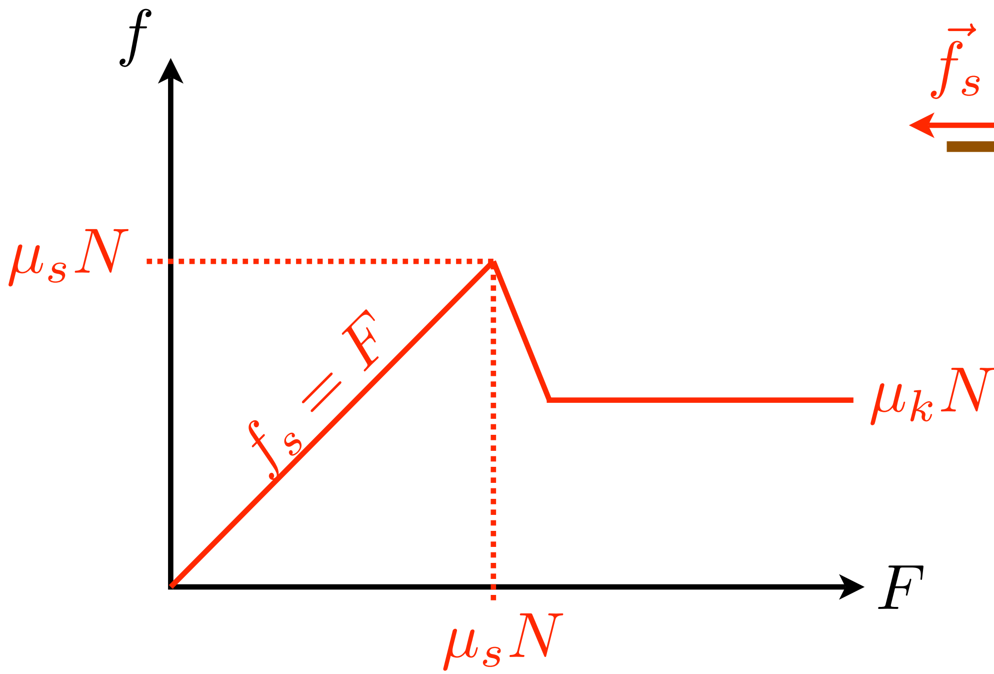
$\vec{f}_k$ maintient un mouvement à vitesse constante

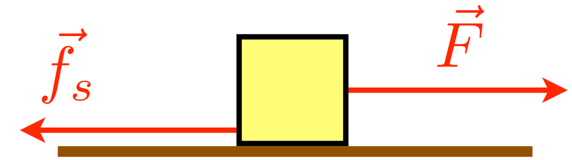
$$f_k = \mu_k N$$

$$\mu_k \leq \mu_s$$

Coefficients de friction (sans unité) indépendants de la forme des surfaces en présence mais bien des matières en contact.

• Evolution de la force de friction :



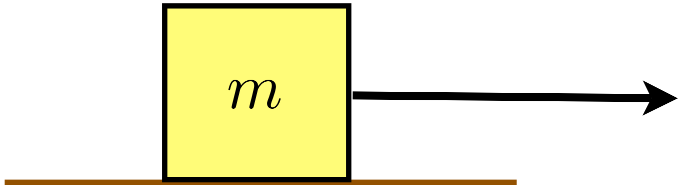


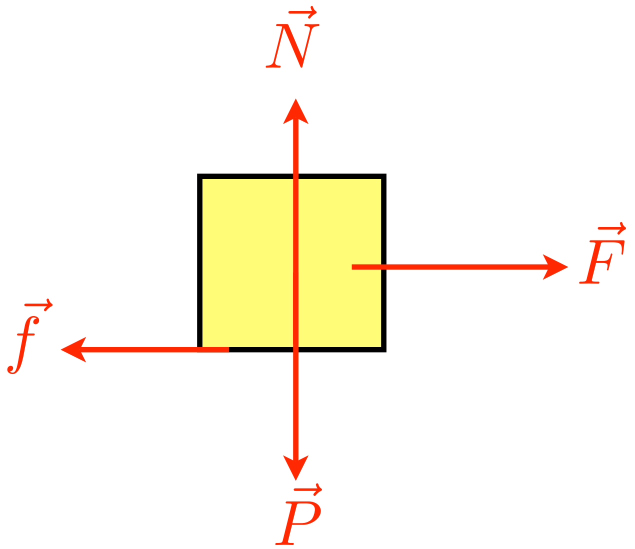
• Coefficients de friction typiques : $0 \leq \mu \leq 1$

contact	μ_s	μ_k
béton/béton	1.00	0.80
téflon/téflon	0.04	0.04
verre/verre	0.94	0.40
glace/glace	0.10	0.03

8. Applications des lois de Newton

- Tirer un bloc sur un plan :



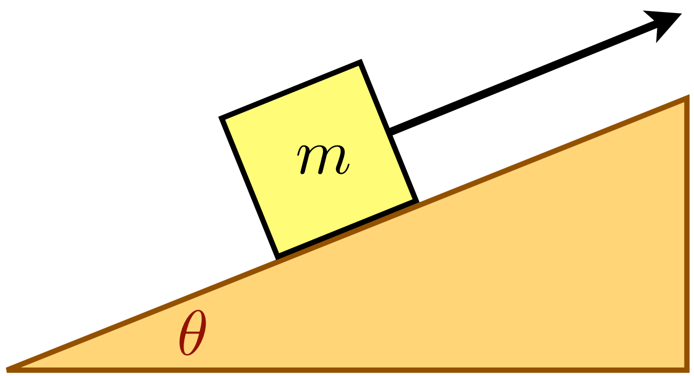


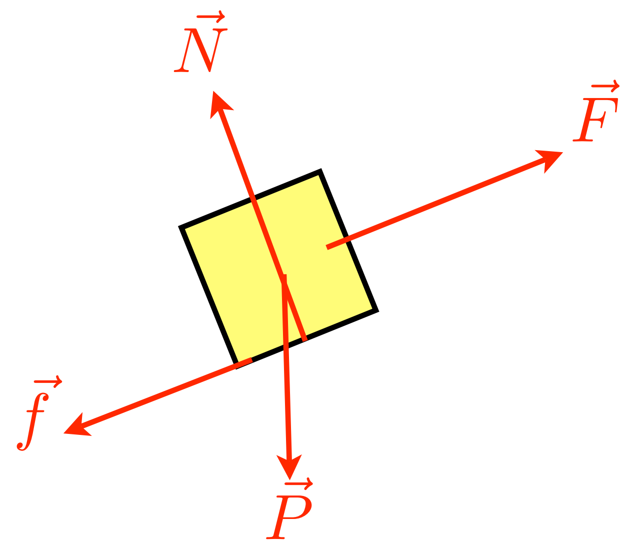
$$\vec{N} = \vec{P}$$

$$\text{si } \vec{a} = \vec{0} \quad \longrightarrow \vec{F} = \vec{f}$$

$$\text{si } \vec{a} \neq \vec{0} \quad \longrightarrow \vec{F} > \vec{f}$$

- Plan incliné :

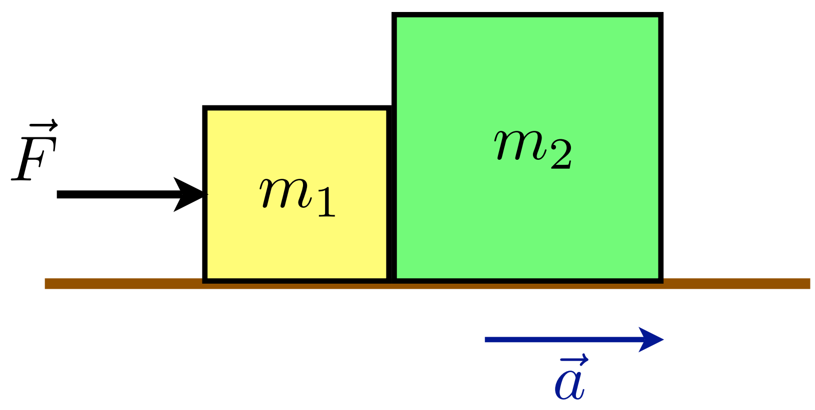


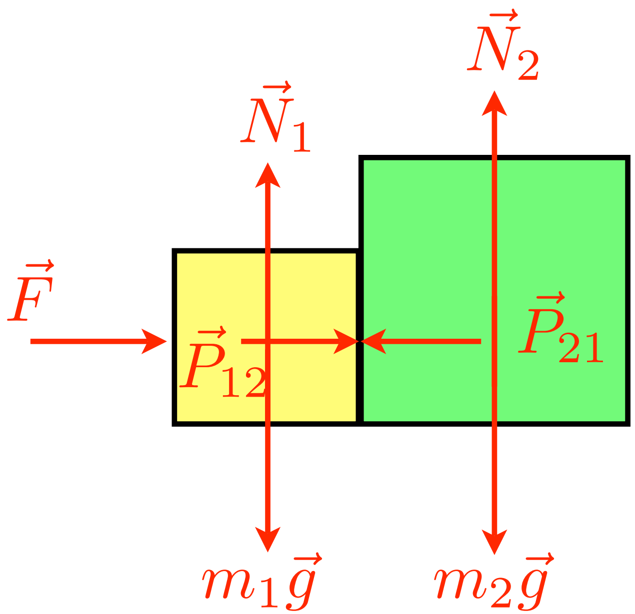


$$\text{si } \vec{a} = \vec{0} \quad \longrightarrow F = f + P\sin\theta$$
$$P\cos\theta = N$$

$$\text{si } \vec{a} \neq \vec{0} \quad \longrightarrow F - f - P\sin\theta = ma$$
$$P\cos\theta = N$$

• 2 blocs poussés sur un plan (sans friction)





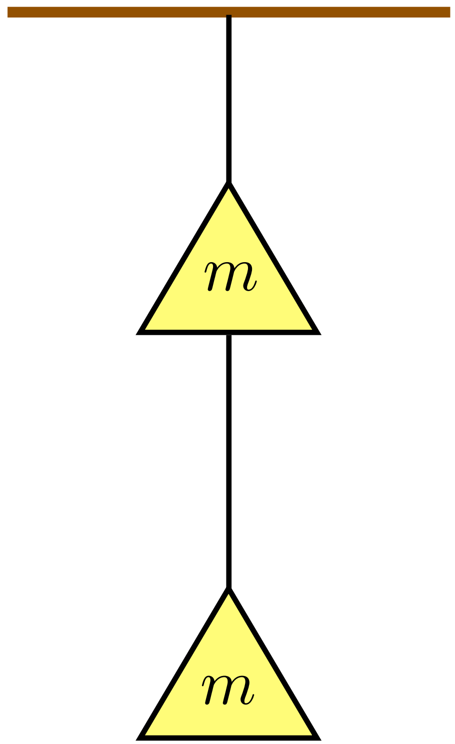
Mouvement d'ensemble : $\vec{F} = (m_1 + m_2)\vec{a}$

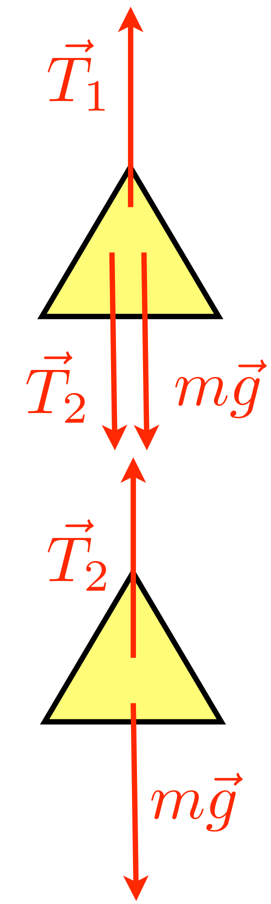
Bloc 1 : $$F - P_{21} = m_1 a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F$$

$$P_{21} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

Bloc 2 : $$P_{12} = m_2 a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

• Objets suspendus :

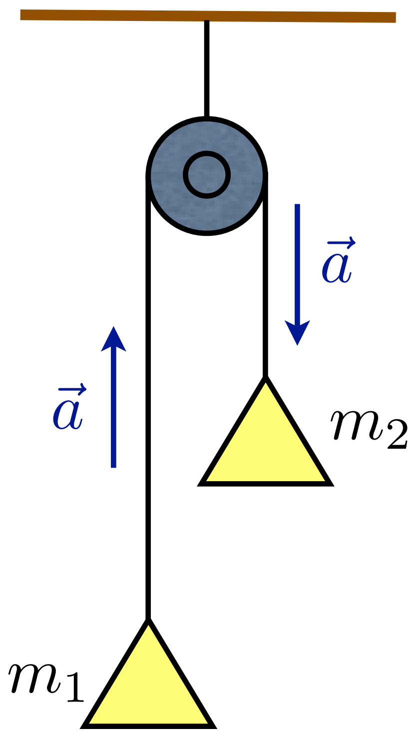


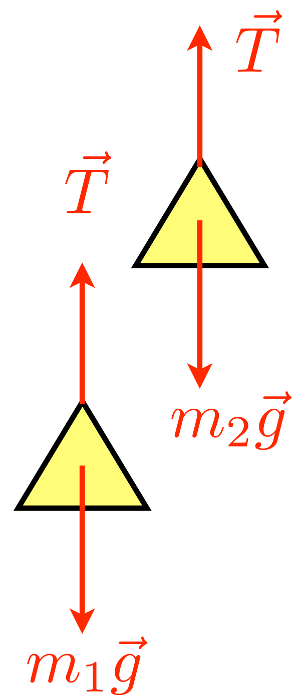


Tensions : paires action/réaction

$$\left| \begin{array}{l} T_1 = mg + T_2 \\ T_2 = mg \end{array} \right.$$

- Machine d'Atwood (balance)





$$\left| \begin{array}{l} T - m_1 g = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{array} \right.$$

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g \qquad T = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

Chapitre 6 : Mouvements circulaires et applications des lois de Newton

1. Force centripète

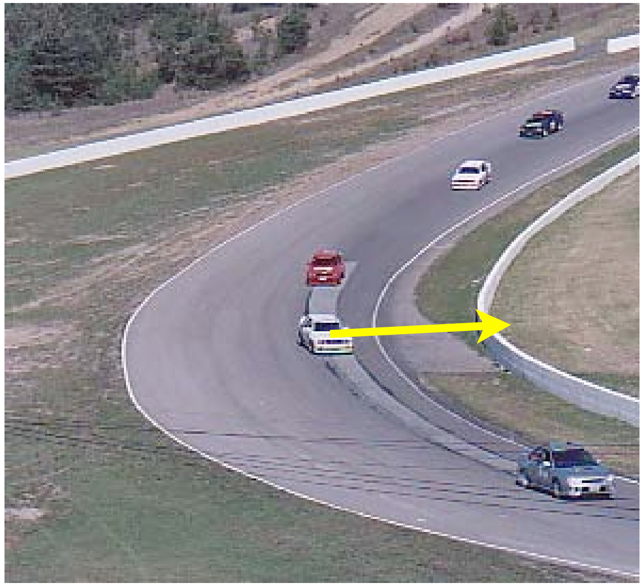
- Seconde loi de Newton

accélération centripète : $$a_r = \frac{mv^2}{r}$$

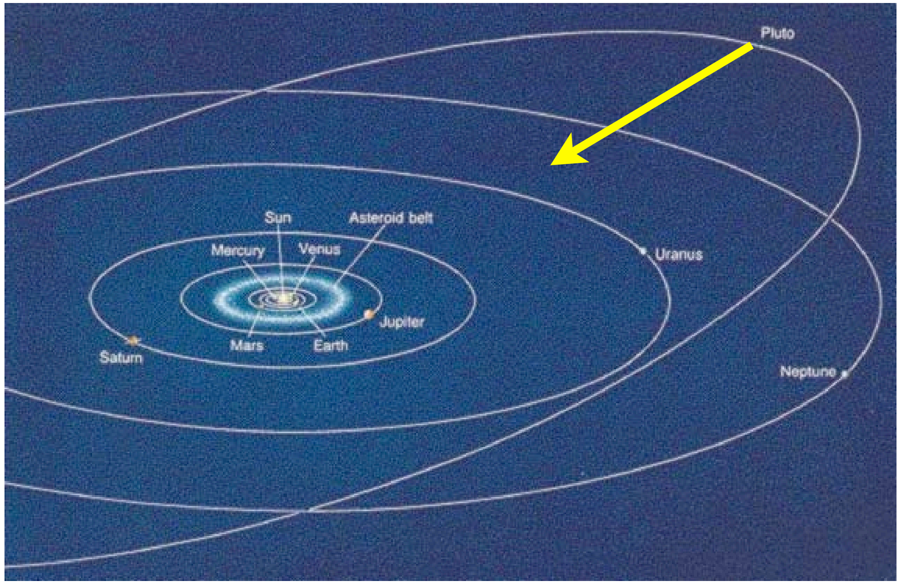
force radiale : $$\vec{F}_r = m\vec{a}_r$$

• Origine de la force centripète :

Elle n'est pas neuve. C'est une manifestation d'autres forces !



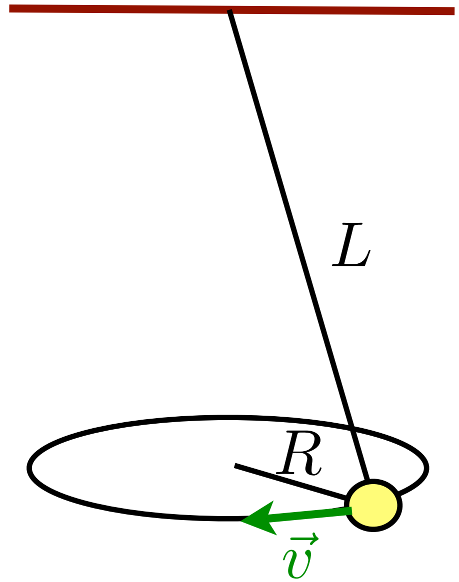
frottements

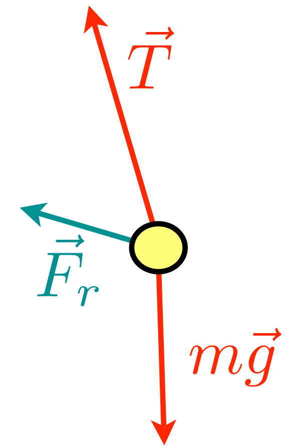


gravité

Si la force radiale disparaît (frottement p.ex.),
l'objet retrouve un mouvement rectiligne par inertie.

2. Pendule conique (pendule de Tournesol)





horizontale : $T\sin\theta = F_r = \dfrac{mv^2}{R}$

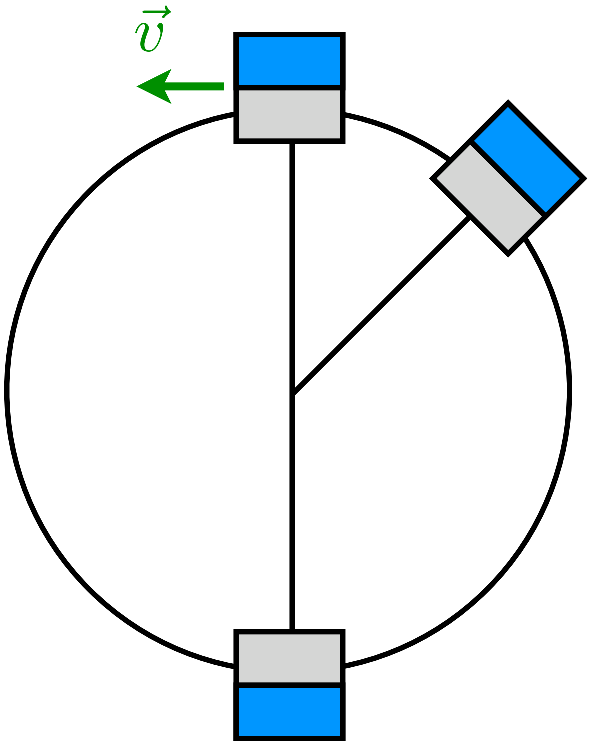
verticale : $T\cos\theta = mg$

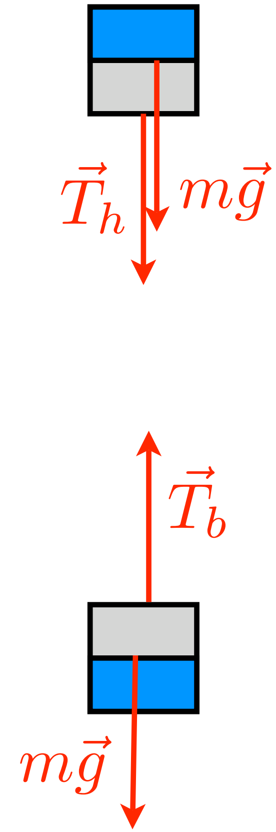
$$\longrightarrow \quad v = \sqrt{Rg\tan\theta}$$

La force centripète n'est qu'une composante de la gravité !

3. Mouvement circulaire et gravité

corde et seau d'eau





$$T_h + mg = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

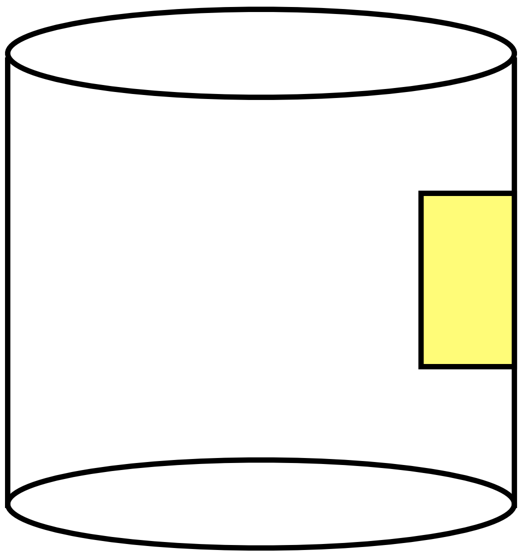
$$T_b - mg = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

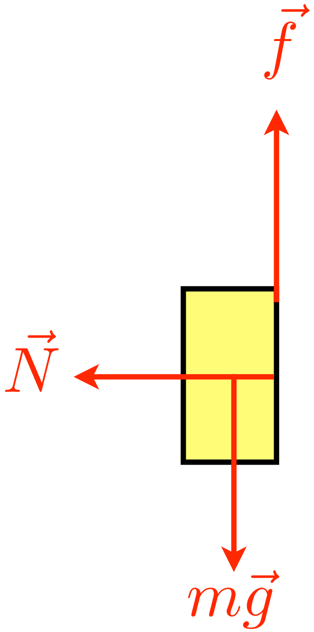
$$T_h = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$

$$v_{min} = \sqrt{gr}$$

$$T_b > T_h$$

4. Rotor sur la foire





$$f = mg$$

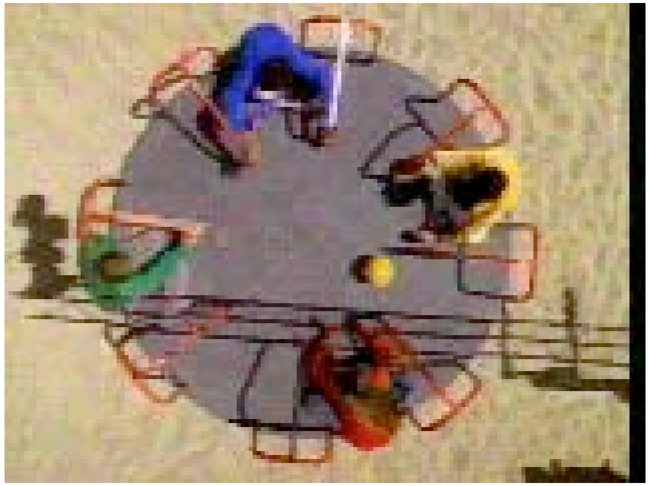
$$N = \frac{mv^2}{R}$$

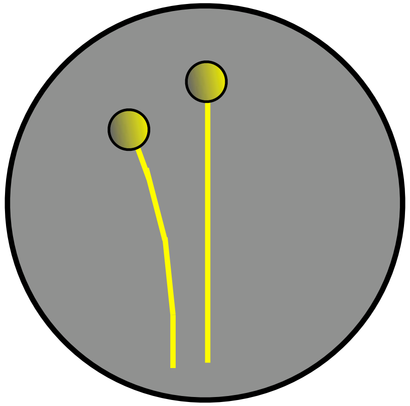
$$f = \mu_s N \longrightarrow mg = \mu_s \frac{mv^2}{R} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}$$

vitesse seuil indépendante de la masse

sur la foire : $\mu_s = 0.8$

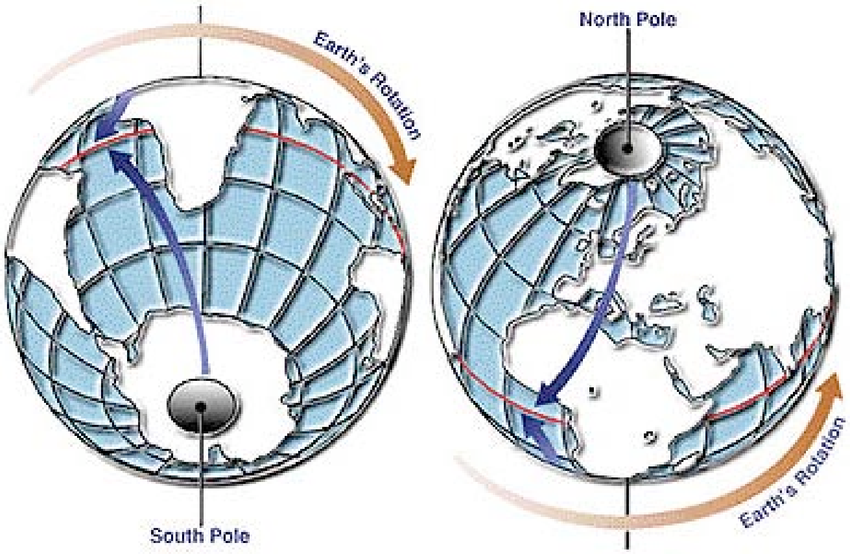
5. Force de Coriolis





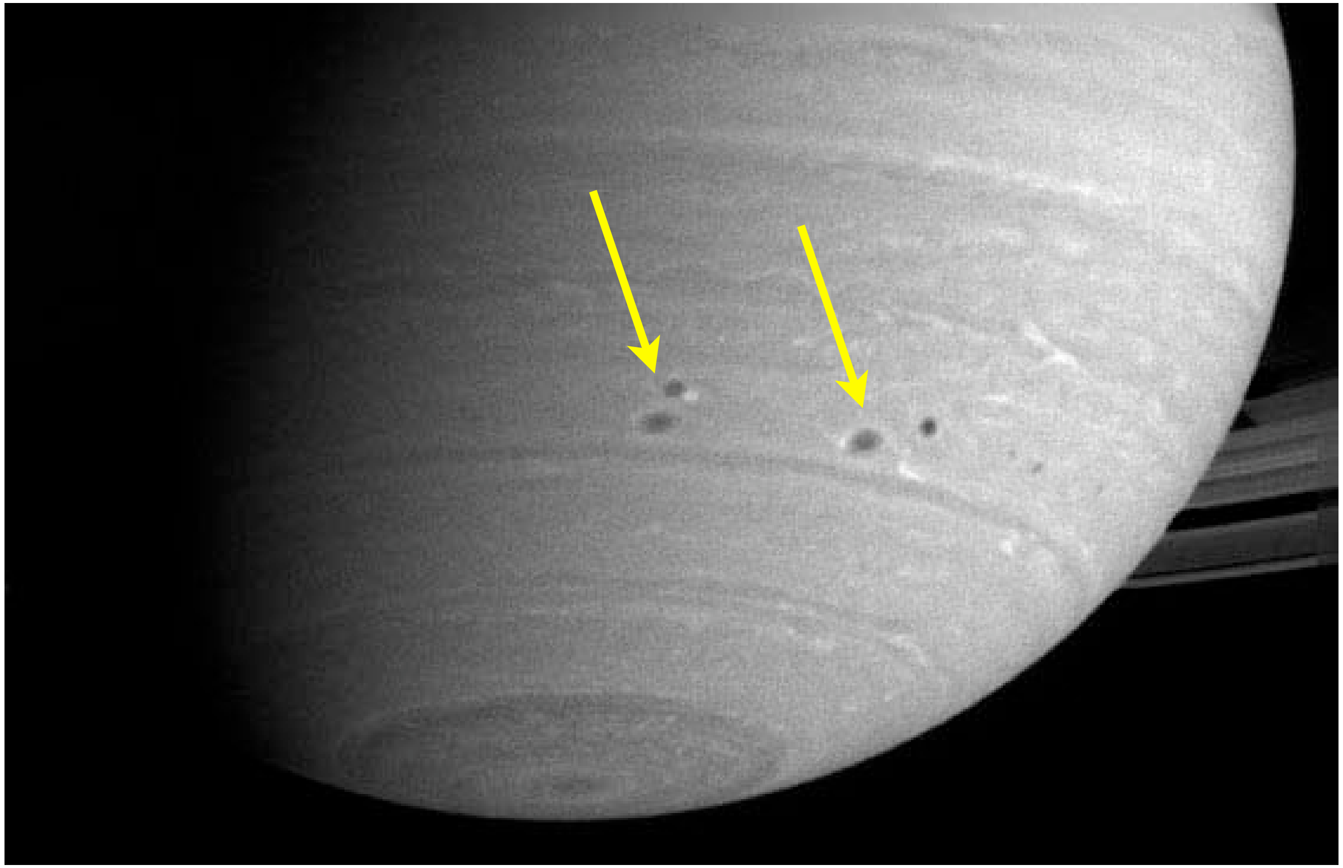
• Coriolis n'existe pas pour un observateur fixe.

• Rotation de la Terre :



Jupiter : tache rouge

Saturne : cyclones



6. Forces fictives d'inertie

- Référentiel accéléré (non-galiléen) :

    une accélération supplémentaire apparaît

    $\longrightarrow$ forces fictives

- force de Coriolis (cyclones, pendule de Foucault)

- force centrifuge (rotor, gravité artificielle)

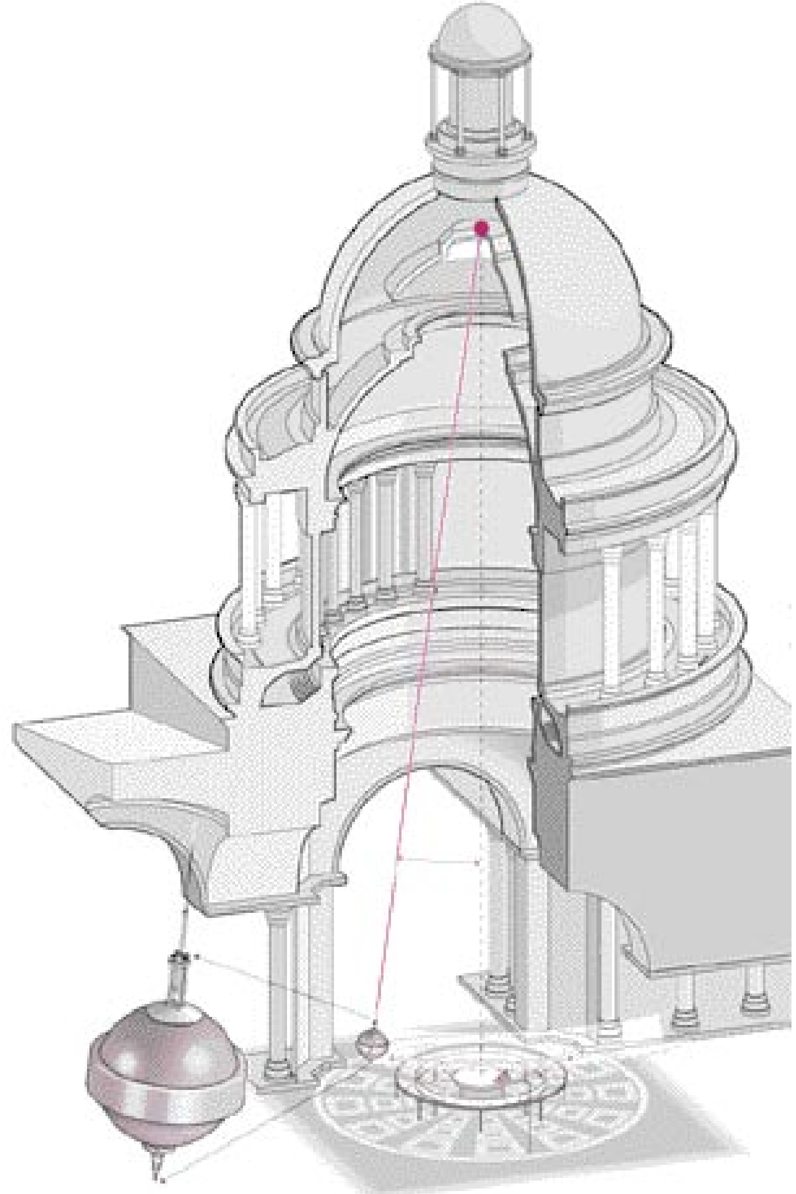
- problème de l'ascenseur (voir plus loin)

-

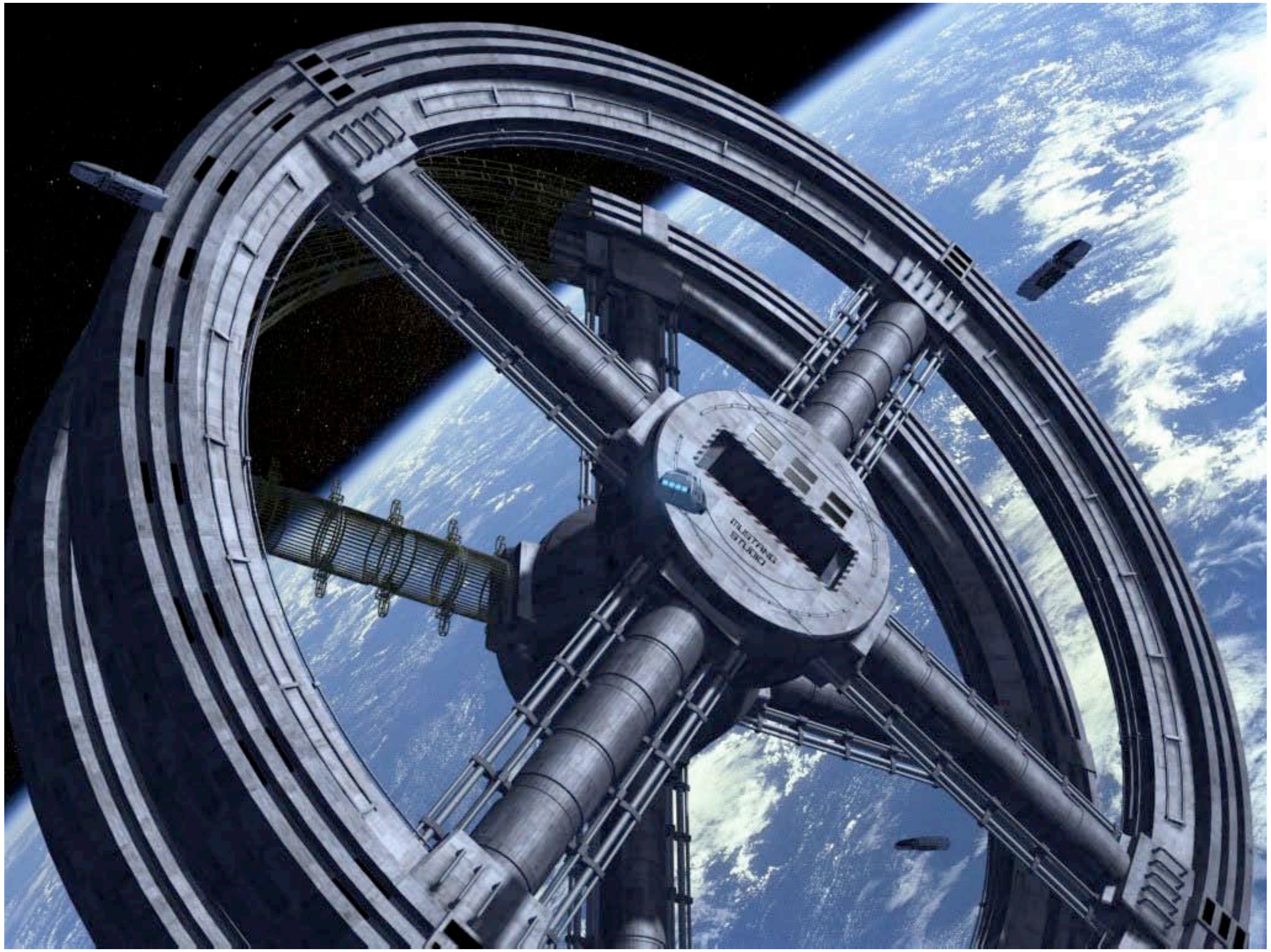
- Remarque : les forces fictives n'existent pas !!!

• Pendule de Foucault

Foucault au Panthéon en 1851



- Simuler la gravité :



2001, l'odyssée de l'espace

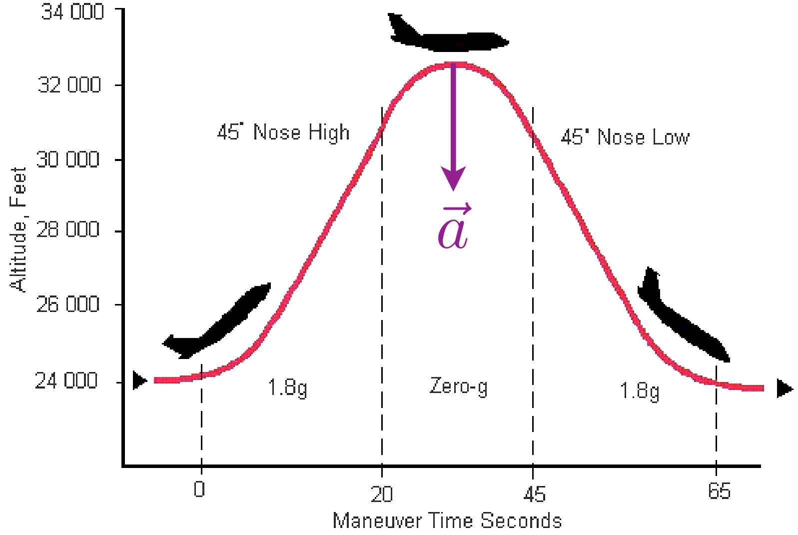
$$R = 50\,\mathrm{m}$$

$$\frac{v^2}{R} = g$$

$$v = \sqrt{gR} \approx 22\,\mathrm{m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} \approx 14.3\,\mathrm{s}$$

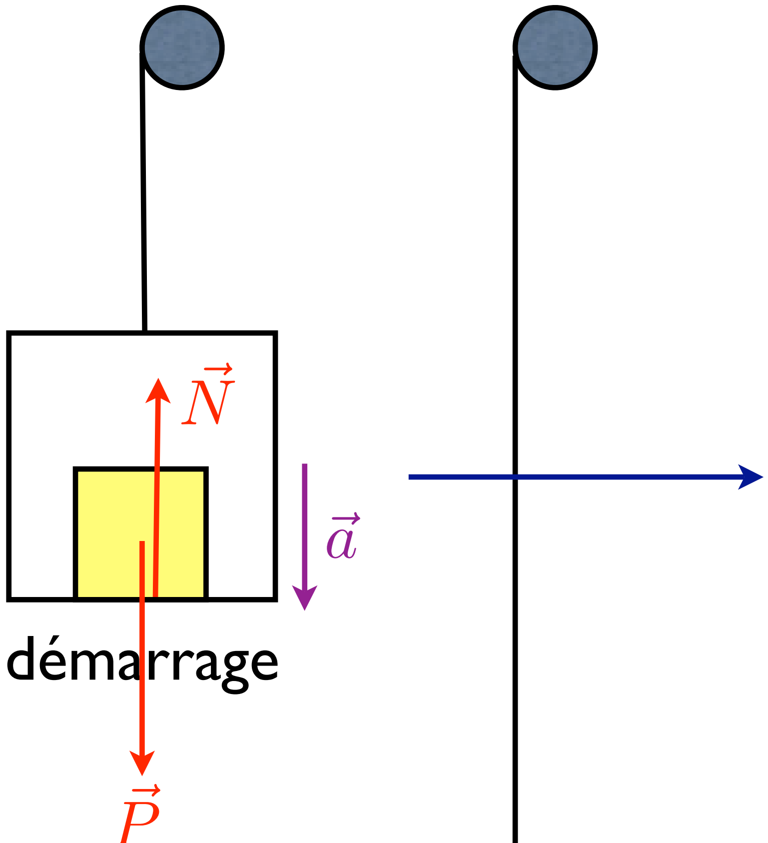
- Simuler l'apesanteur :



$$\vec{a} = \vec{g}$$

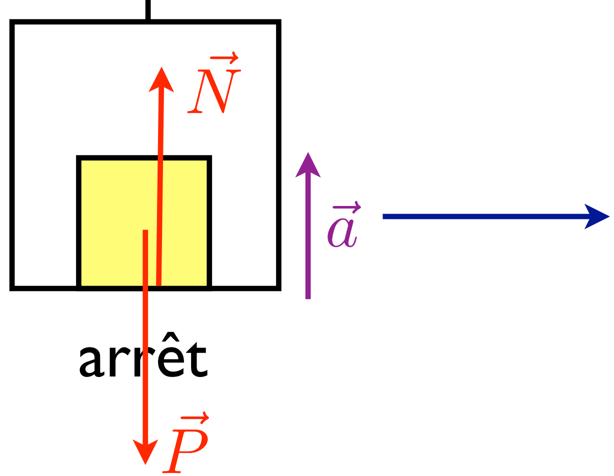
microgravité : $T = 22\,\mathrm{s}$

- Le problème de l'ascenseur :



Newton : $mg - N = ma$

Poids fictif : $P_f = mg - ma$



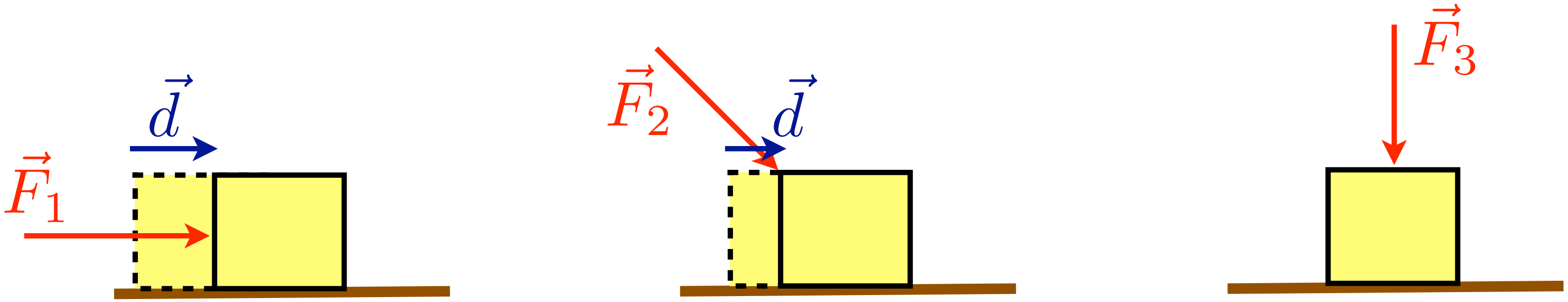
Newton : $N - mg = ma$

Poids fictif : $P_f = mg + ma$

Chapitre 7 : Travail et énergie cinétique

I. Travail effectué par une force constante

- Efficacité d'une force



$\vec{F}_3$ n'est pas efficace. Elle ne parvient pas à mettre le mobile en mouvement, même si elle est comparable aux autres en intensité.

- Mesurer l'efficacité d'une force à déplacer un mobile = travail W

$$\boxed{W = \vec{F}.\vec{d}}$$

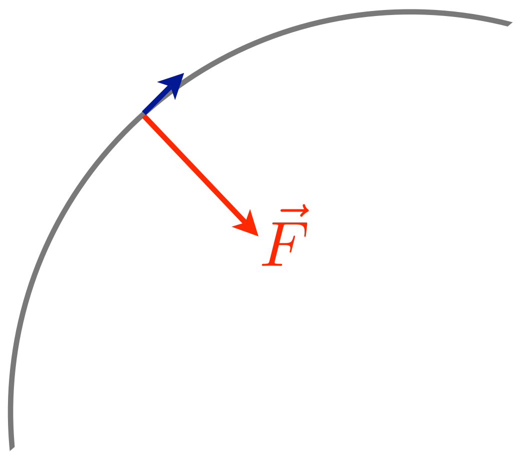
- Signe de W ?

Lever un colis : W<0 | Chute libre : W>0

Tendre un élastique : W<0 | Baisser un objet : W>0

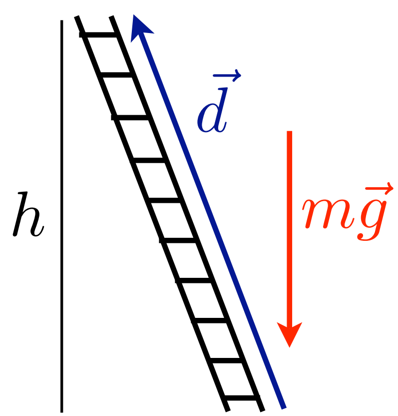
- Unité de W : Joule

- Force centripète : ne travaille jamais !

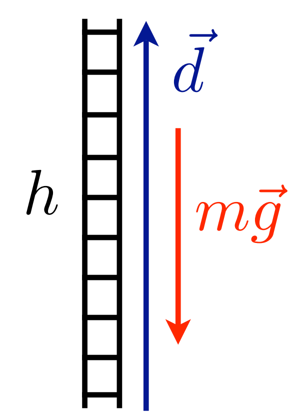


$$\vec{F} \perp \vec{d}$$

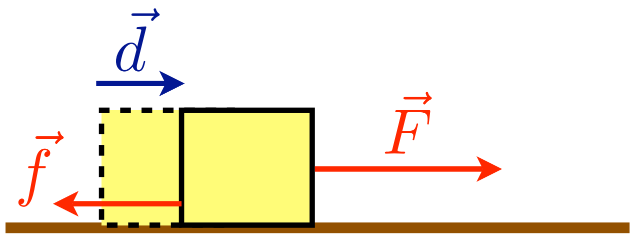
- Grimper une échelle : $m = 70\,\mathrm{kg}$ $h = 4\,\mathrm{m}$



$$W = m\vec{g}.\vec{d} = -mgh = -2800\,\mathrm{J}$$

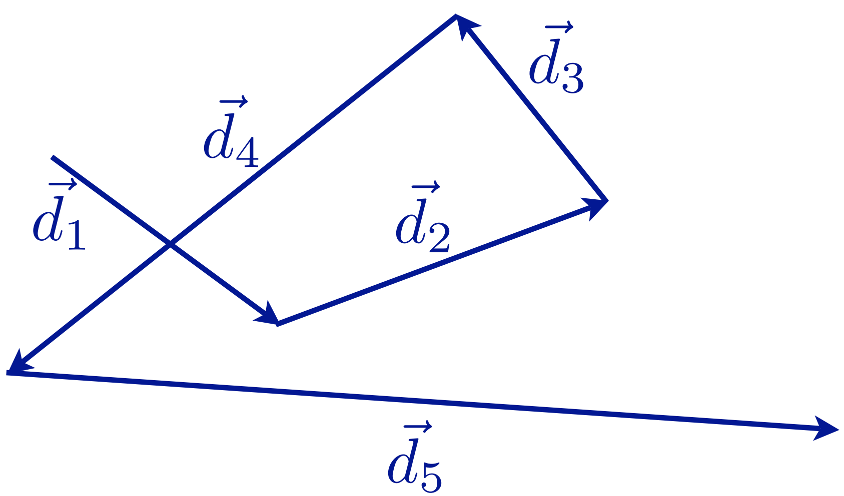


• Travail d’une force de frottement :



$$W = W_f + W_F$$

$$W_f = \vec{f}.\vec{d} \longrightarrow W_f = -fd$$

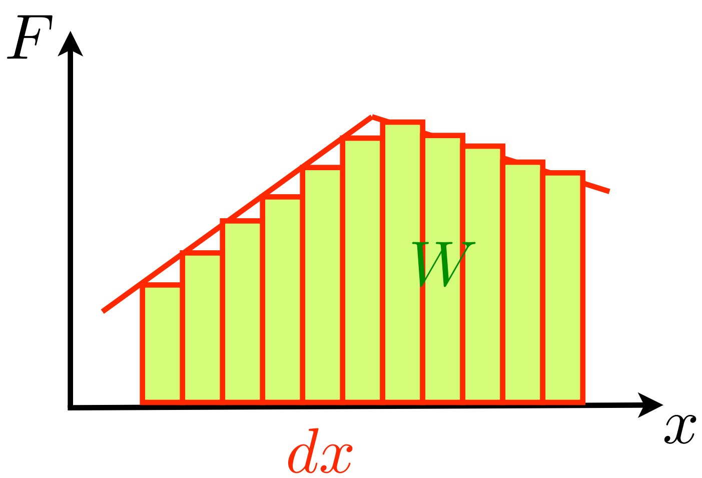


$$W_f = -f(d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5)$$

2. Travail effectué par une force variable

- Forces variables : force de rappel, force normale, force centripète, etc...

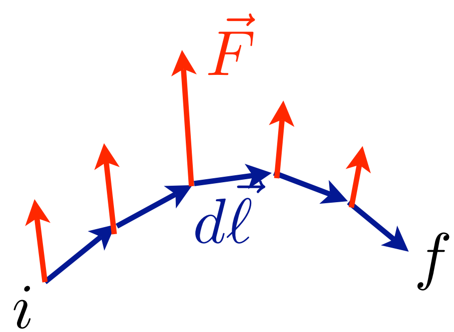
- A une dimension : F(x) et on décompose le déplacement en portions dx



$$W = \sum_i F_i dx$$

$$\boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx}$$

- A trois dimensions :

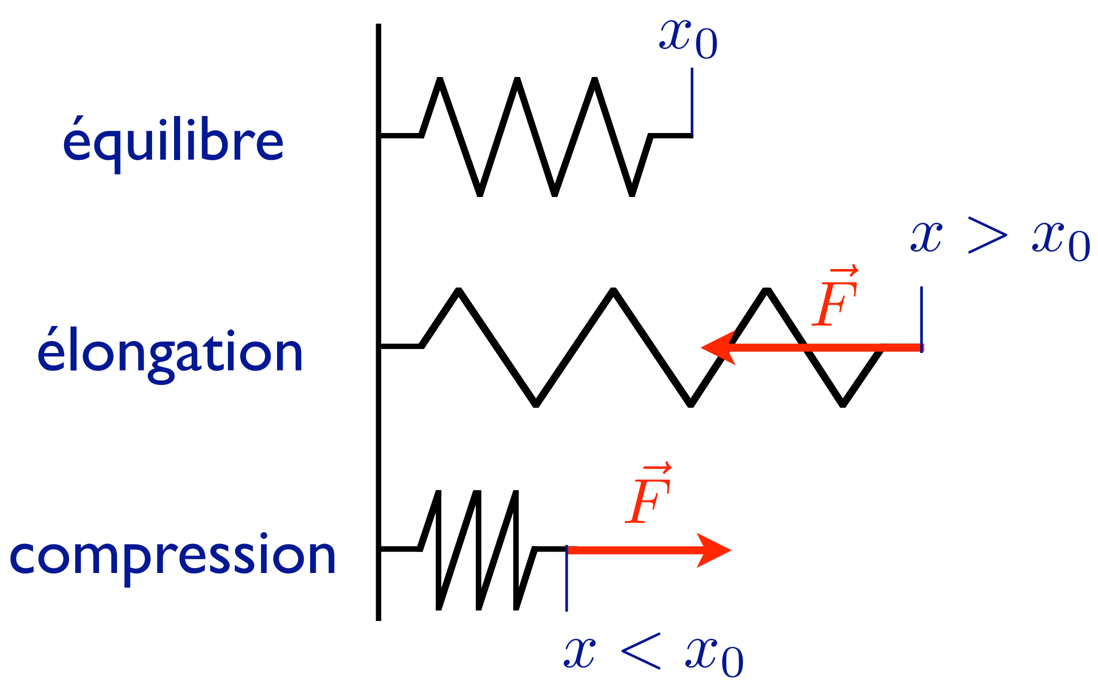


$$\boxed{W = \int_i^f \vec{F}.d\vec{\ell}}$$

intégrale de chemin

3. Travail effectué par un ressort

- Loi de Hooke : élasticité

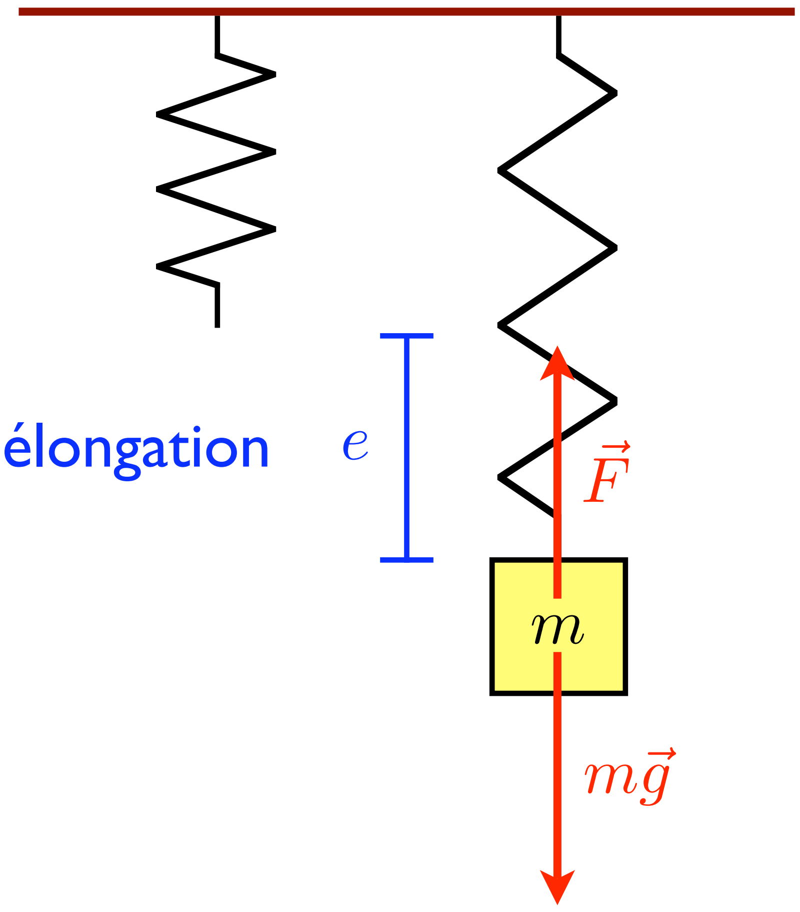


$$\boxed{F = -k(x - x_0)}$$

- Raideur du ressort [en N/m] :
  - ressort souple : k petit
  - ressort rigide : k grand

- Mesurer la raideur d'un ressort :

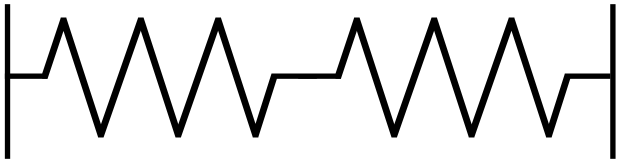
via une mesure de l'élongation



$$mg = ke \longrightarrow k = \frac{mg}{e}$$

• Addition des ressorts :

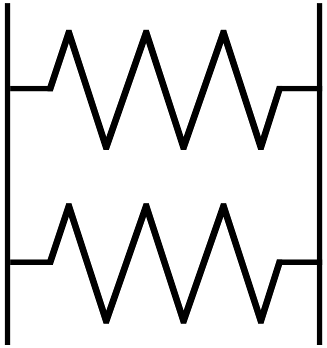
- en série :



$$\frac{F}{K} = -x = -(x_1 + x_2) = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

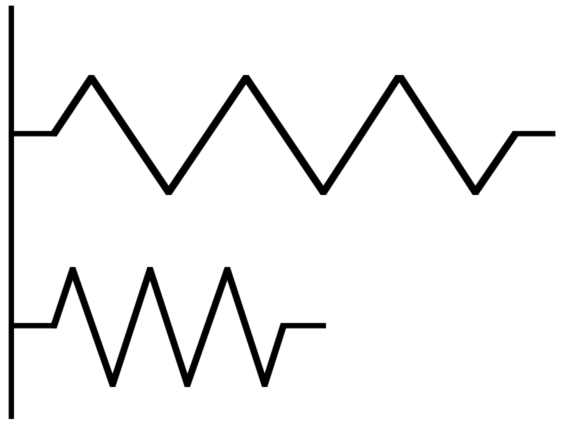
- en // :

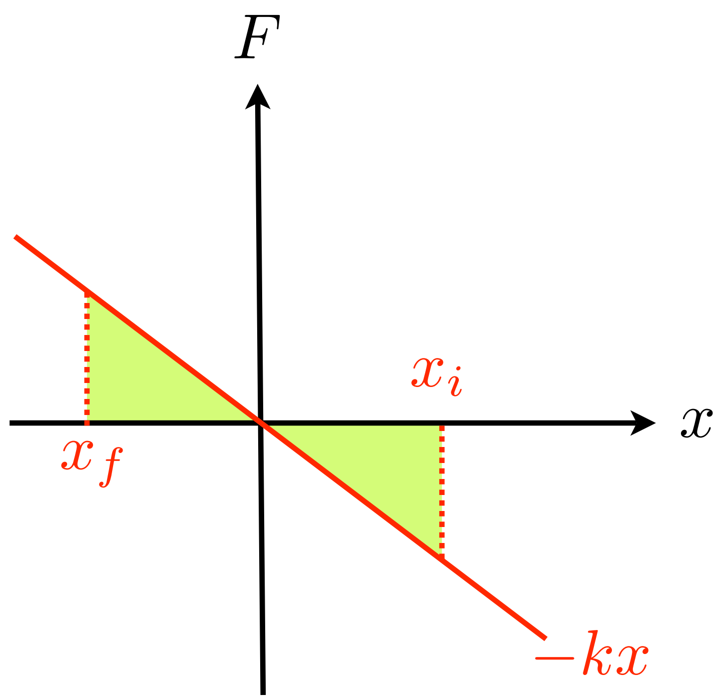


$$\boxed{K = k_1 + k_2}$$

$$-Kx = F = F_1 + F_2 = -k_1 x - k_2 x$$

- Travail du ressort comprimé



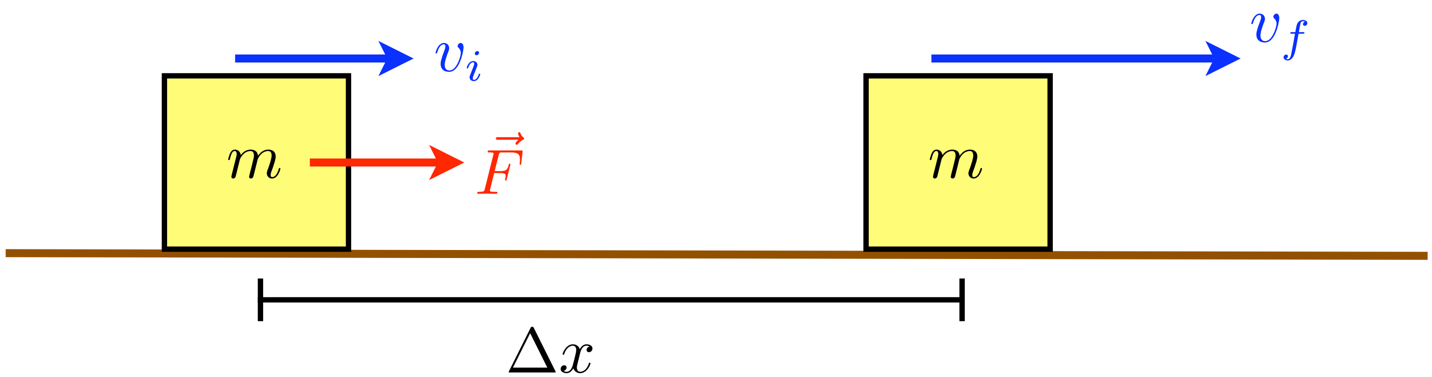


$$W = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\, dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$

- Remarque : W ne dépend que des élongations initiales et finales !

4. Energie cinétique

- Travail d'une force qui accélère un mobile :



$$W = \int_{x_i}^{x_f} F dx$$

$$W = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx = \int_{x_i}^{x_f} m\frac{dv}{dt}\, dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\, dv$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2}$$

- Energie cinétique : $\boxed{K = \frac{mv^2}{2}}$ [Joule]

- Correspondance Energie cinétique - Travail :

$$\boxed{W = \Delta K}$$

- Ordres de grandeur :

système	K [Joule]
goutte de pluie	$1.4\,10^{-3}$
balle de golf	45
molécule d'oxygène dans l'air	$6.6\,10^{-21}$

- En présence de frottement dynamique ?

La relation est générale !

- Référentiels galiléens :

  - l'énergie cinétique dépend du référentiel

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K' = \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}m(v - v_0)^2$$

  - la variation d'énergie cinétique dépend du référentiel

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Delta K' = \frac{1}{2}m[v_f^2 - v_i^2 - 2v_0(v_f - v_i)]$$

le travail d'une force dépend aussi du référentiel choisi !

5. Puissance

- Aspect temporel : dans les situations précédentes,
  il n'y a pas de notion de temps.

- Puissance moyenne : $\bar{P} = \dfrac{W}{\Delta t}$

- Puissance instantanée : $\boxed{P = \dfrac{dW}{dt}}$

- Unité : le Watt

- Puissance et vitesses : $P = \dfrac{dW}{dt} = \vec{F}.\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$

- Cheval-vapeur : ancienne unité de puissance

$$1\,\mathrm{CV} = 746\,\mathrm{W}$$

- Le kilowatt-heure : unité d'énergie !

$$1\,\mathrm{kWh} = (10^3\,\mathrm{W})\,(3600\,\mathrm{s}) = 3.6\,10^6\,\mathrm{J}$$

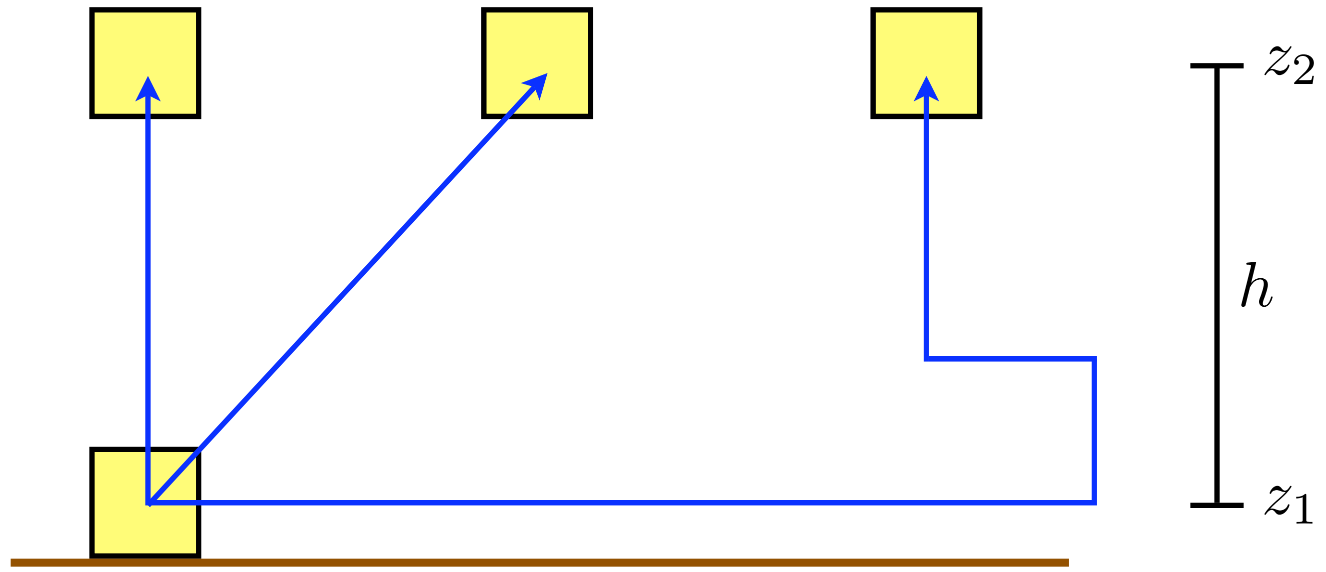
- Ordres de grandeur :

système	Puissance [W]
pile de montre	0.001
ampoule	10
machine à laver	1 000
éolienne	500 000
réacteur nucléaire	1 500 000 000

Chapitre 8 : Energie potentielle

1. Energie potentielle

- Cas de la pesanteur :



quelque soit le chemin choisi : $W = -mg(z_2 - z_1) = -mgh$

le travail ne dépend que des positions finales et intiales

- Forces conservatives : définition

Une force est conservative quand le travail de cette force est indépendant du chemin effectué.

- Une force est conservative dépend uniquement des configurations initiales et finales.

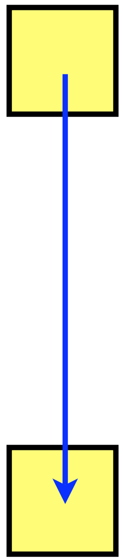
- Energie potentielle gravifique : $U = mgz$ $\quad W = -\Delta U$

- Energie potentielle élastique : $U = \frac{1}{2}kx^2$ $\quad W = -\Delta U$

- Force non-conservative : force de frottement par exemple

2. Conservation d'énergie

- Cas particulier d'une chute libre :



$$W = -\Delta U = -mg(z_f - z_i)$$

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$-\Delta U = W = \Delta K$$

$$mgz_i + \frac{1}{2}mv_i^2 = mgz_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\left.\begin{array}{l} z_i = h \\ z_f = 0 \\ v_i = 0 \end{array}\right| \longrightarrow \quad v_f = \sqrt{2gh}$$

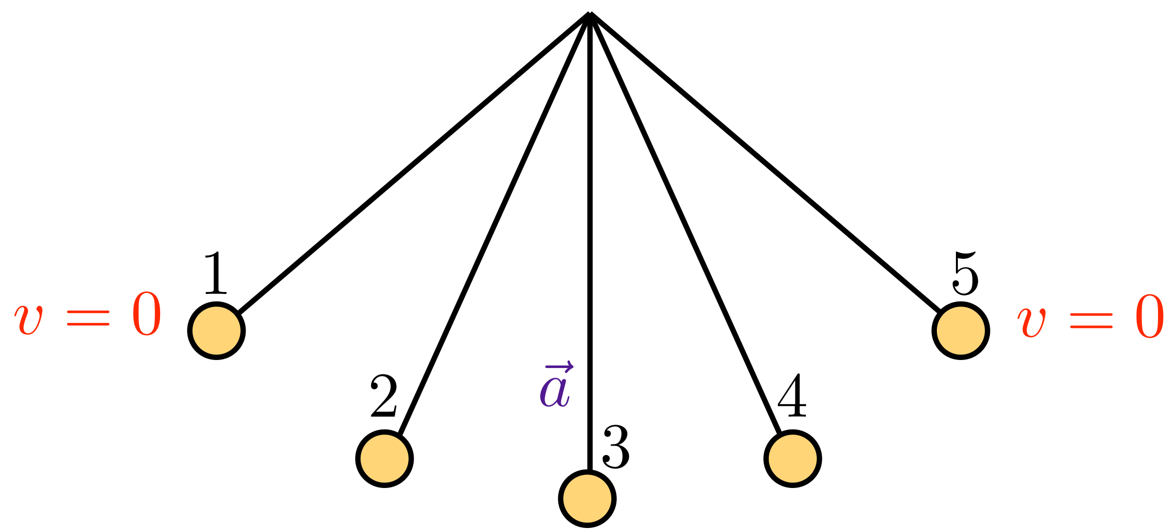
- Cas général pour une force conservative :

$$-\Delta U = W = \Delta K$$

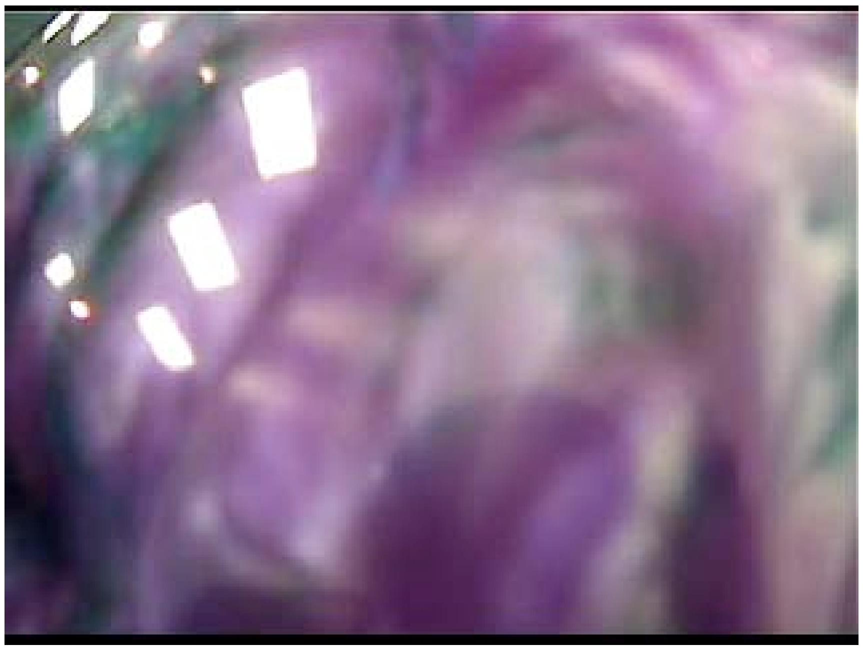
énergie mécanique totale : $\boxed{E = U + K}$

conservation : $\boxed{\Delta E = 0}$

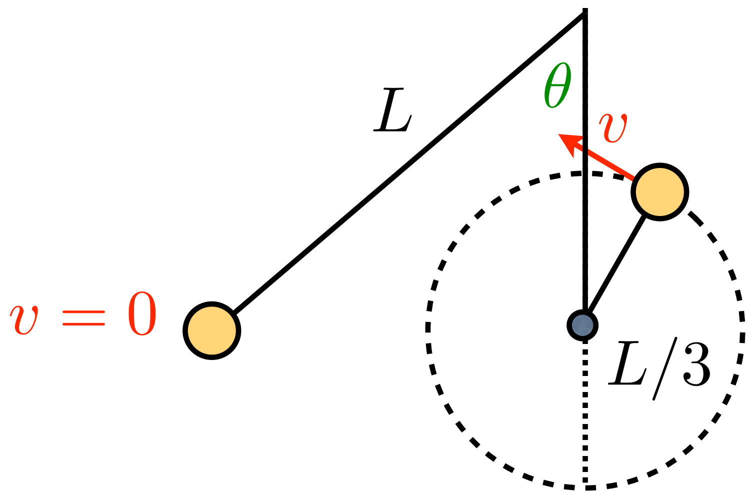
- Cas du pendule : force de pesanteur conservative



$$mgz_i + \frac{1}{2}mv_i^2 = mgz_f + \frac{1}{2}mv_f^2$$



• Cas du pendule stoppé :

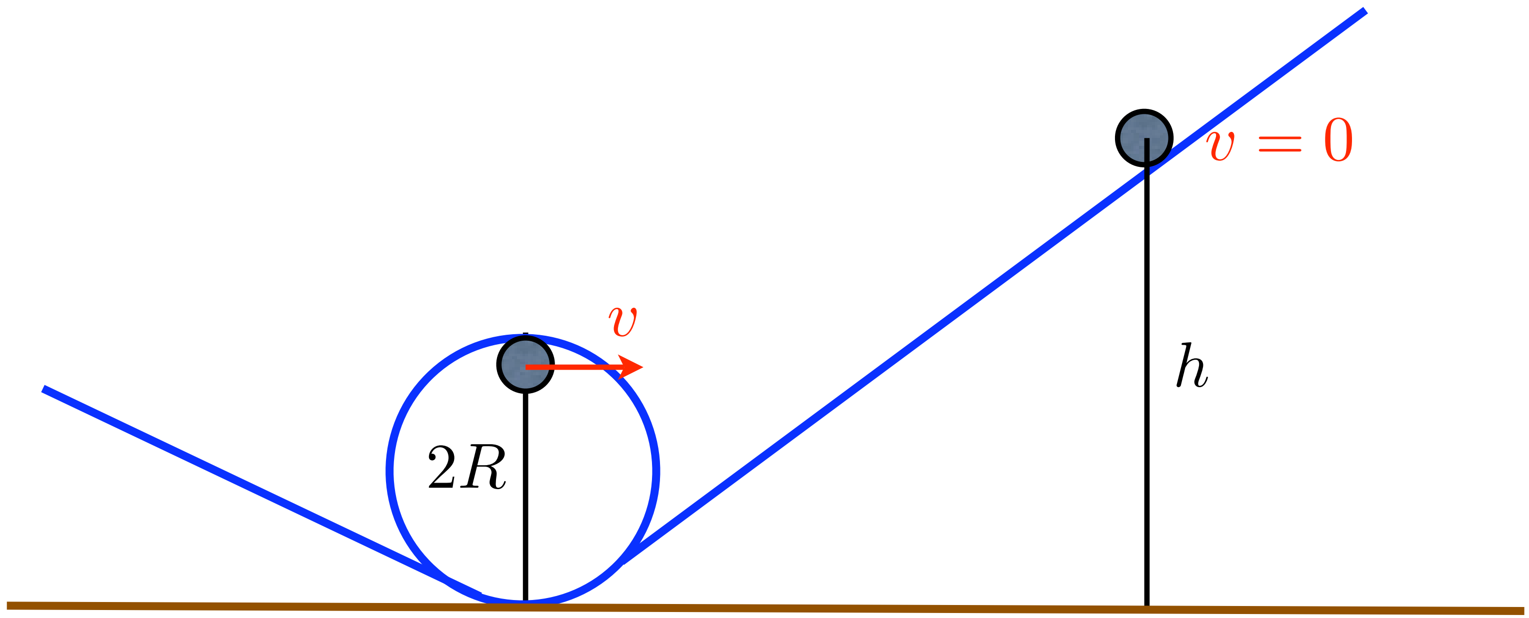


A partir de quel angle lâcher le pendule pour induire un mouvement circulaire de rayon L/3 ?

$$\cos\theta = 1/3$$

$$\theta \approx$$

• Cas du looping : A quelle hauteur lâcher le chariot ?



$$mg(h - 2R) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{v^2}{R} = g$$

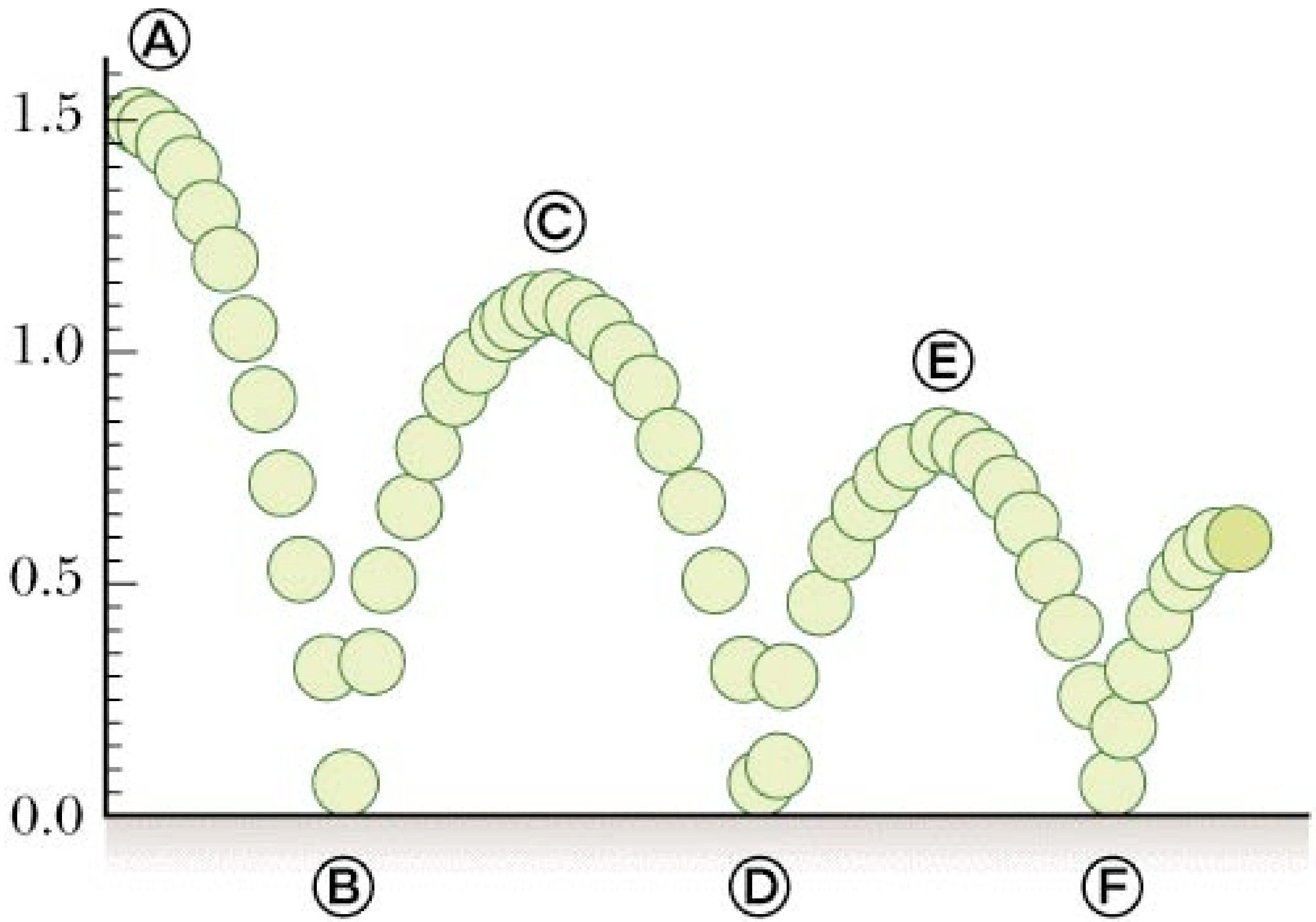
$$\longrightarrow \quad h = \frac{5}{2}R$$

• Tir à l'arc :

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

vitesse importante : - raideur importante
- déformation importante

• Non-conservation : rebonds d'une balle

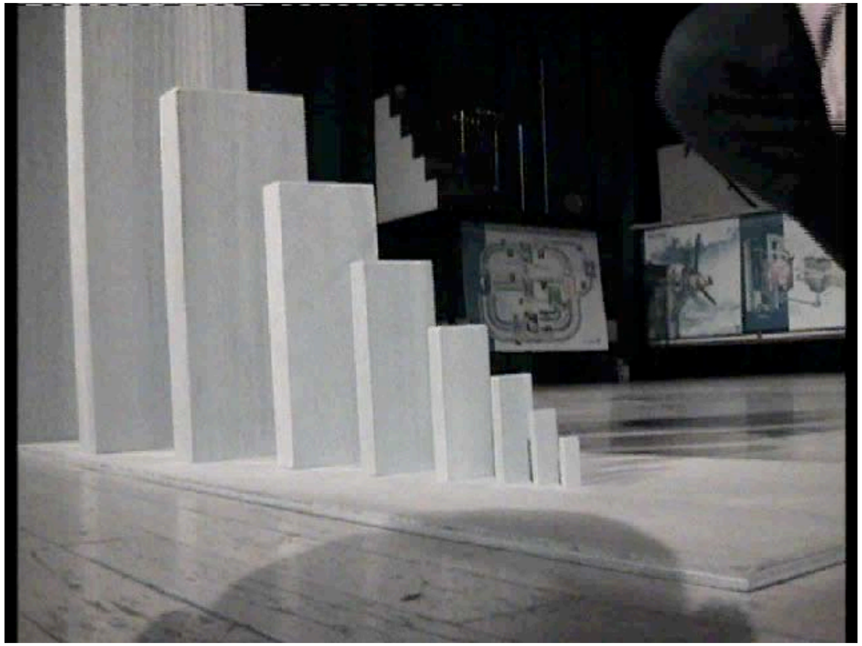


coefficient de restitution : $\varepsilon = \frac{E_f}{E_i} = \frac{v_f^2}{v_i^2}$

balle de tennis : $\varepsilon = 0.6$

balle magique : $\varepsilon = 0.9$

• Conservation ? : dominos



réaction en chaîne...

Conservation pour chaque domino,
mais libération d'énergie potentielle qui était contenue ailleurs.

3. Forces non-conservatives

- Travail :

$$W \neq -\Delta U$$

- Séparation des forces en 2 classes :

$$\vec{F} = \vec{F}_c + \vec{F}_{nc}$$

$$W = W_c + W_{nc}$$

$$\Delta K = -\Delta U + W_{nc}$$

$$\boxed{\Delta K + \Delta U = W_{nc}}$$

- Exemple : force de frottement

$$\Delta K + \Delta U = -fd$$

4. Relation force conservative - énergie potentielle

- A une dimension :

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F\, dx = -\Delta U = U_i - U_f$$

$$U(x) = -\int_{x_0}^{x} F\, dx + U_0$$

$$dU = -F\, dx$$

$$\boxed{F = -\frac{dU}{dx}}$$

Une force conservative dérive d'un potentiel

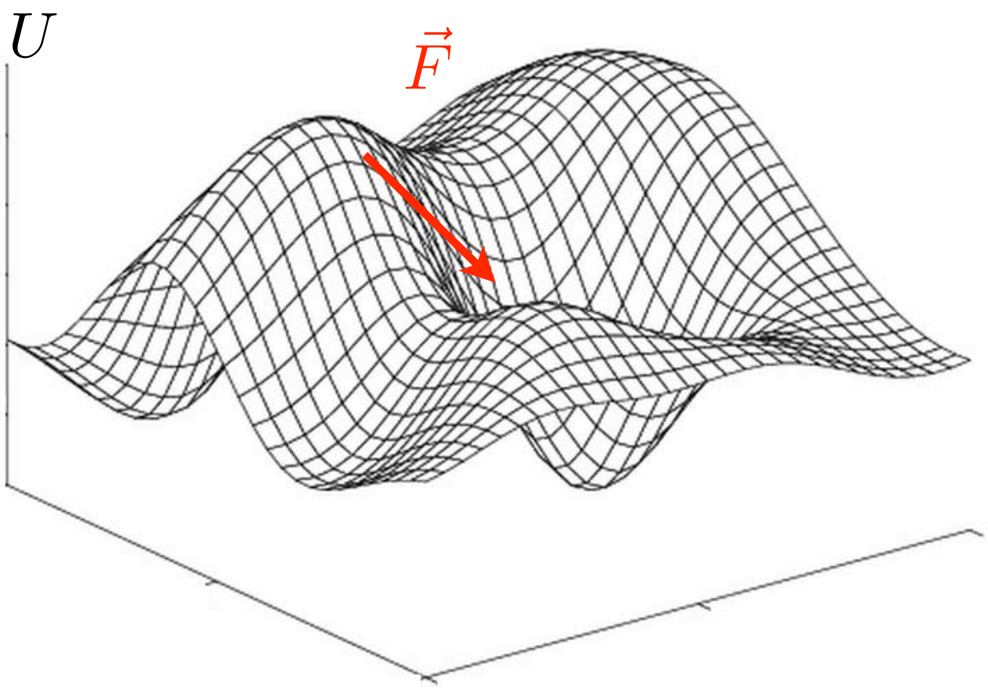
- Exemple : ressort

$$F = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

• A trois dimensions :

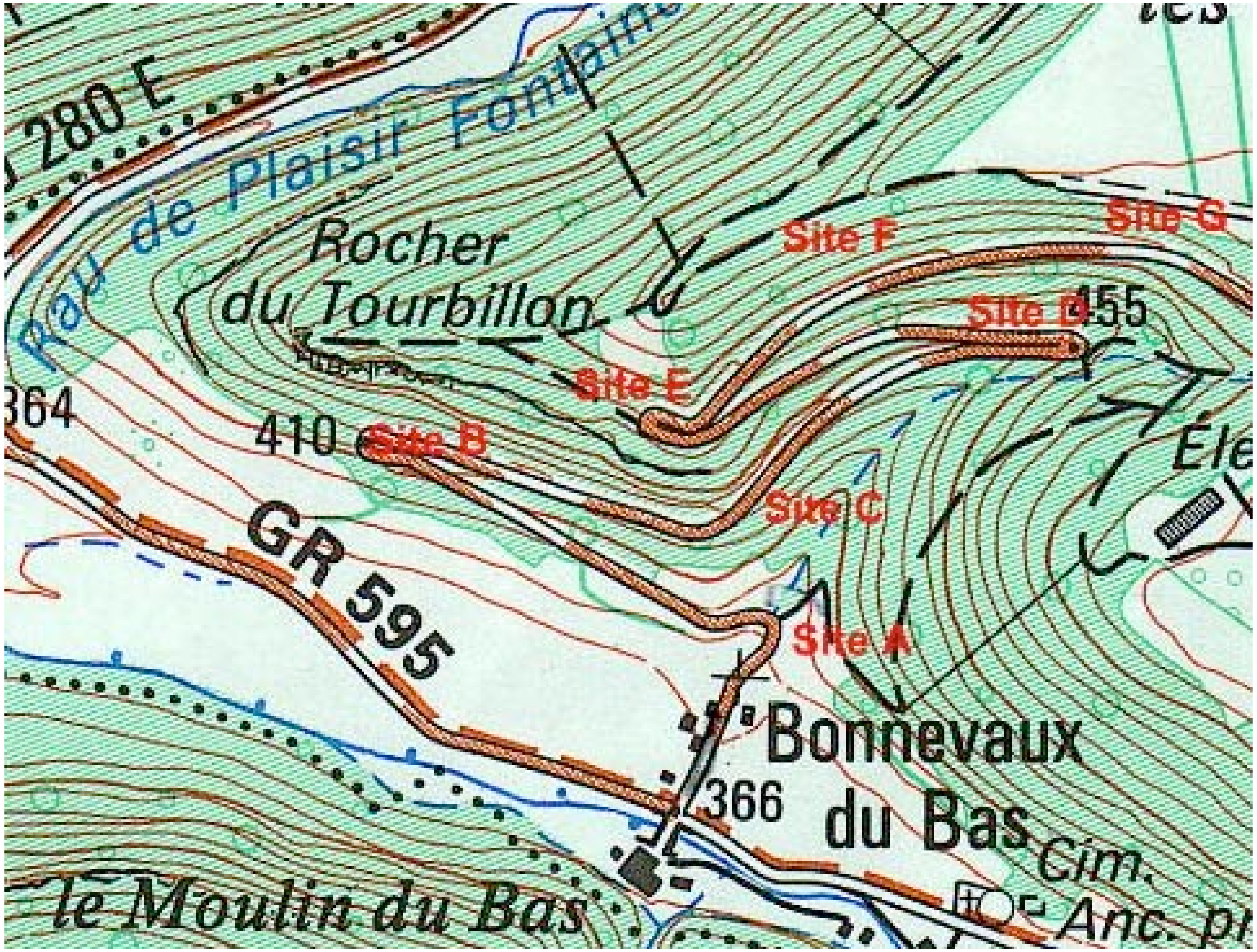
$$\boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right)}$$

Force = - pente du potentiel



- Trous et bosses
- Force dirigée vers les “trous”
- Points de selle

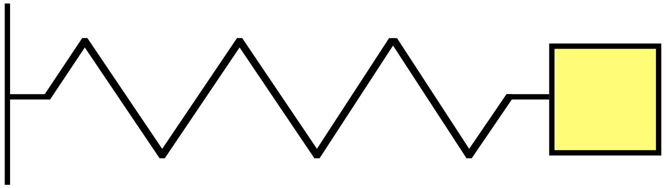
• Application du gradient en topographie :

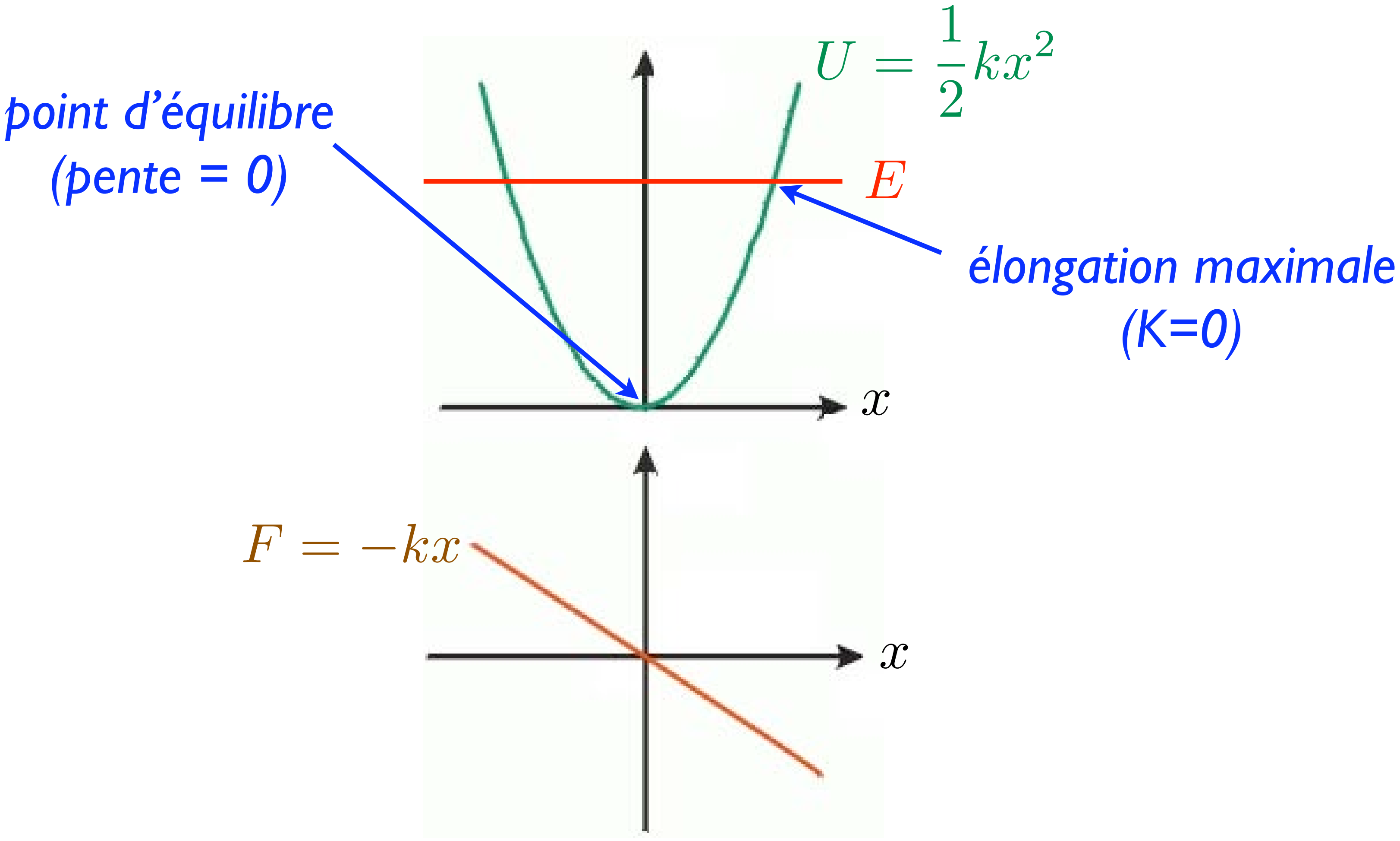


Les ruisseaux suivent les plus forts gradients d'élévation.

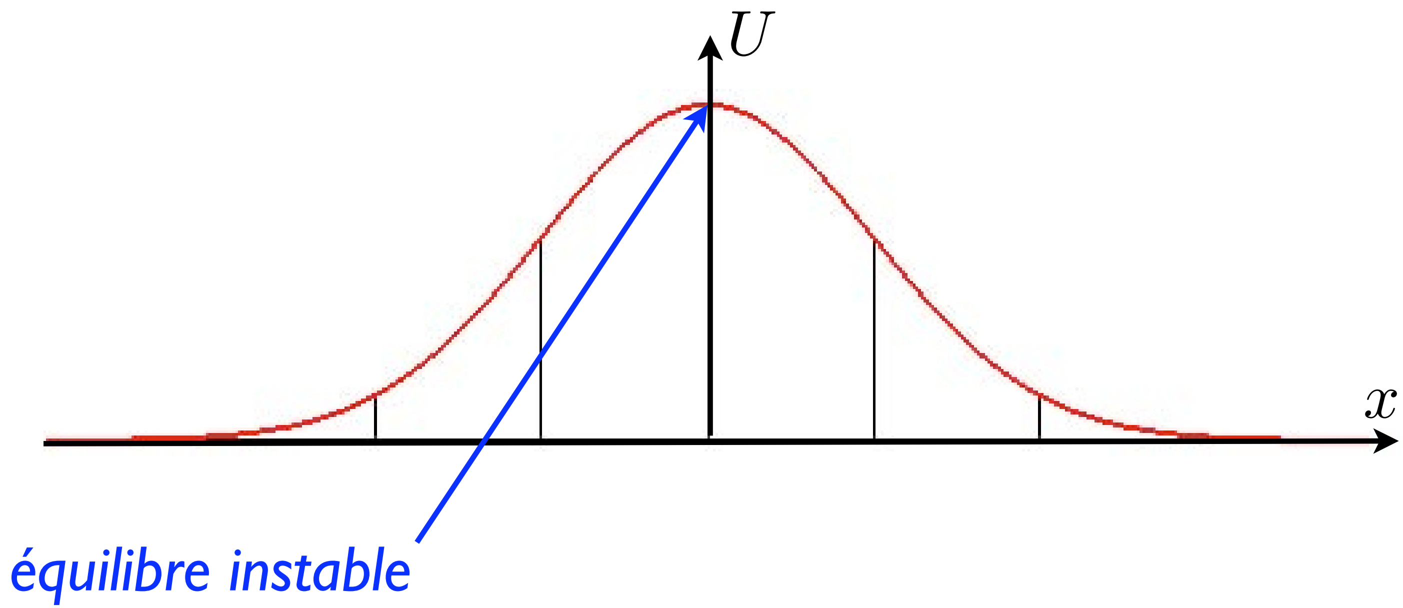
5. Diagramme d'énergie d'un système - équilibre

- Cas du ressort :



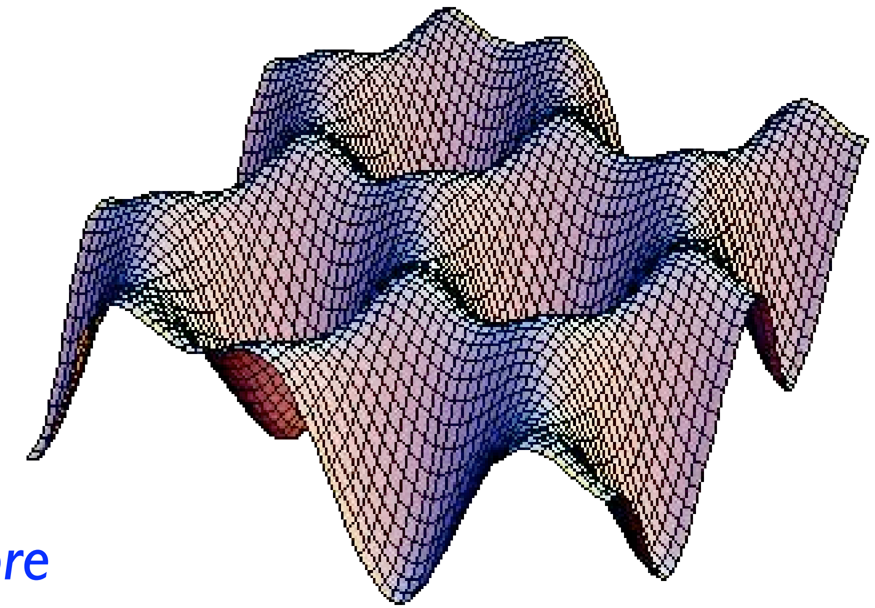


- Equilibre instable :



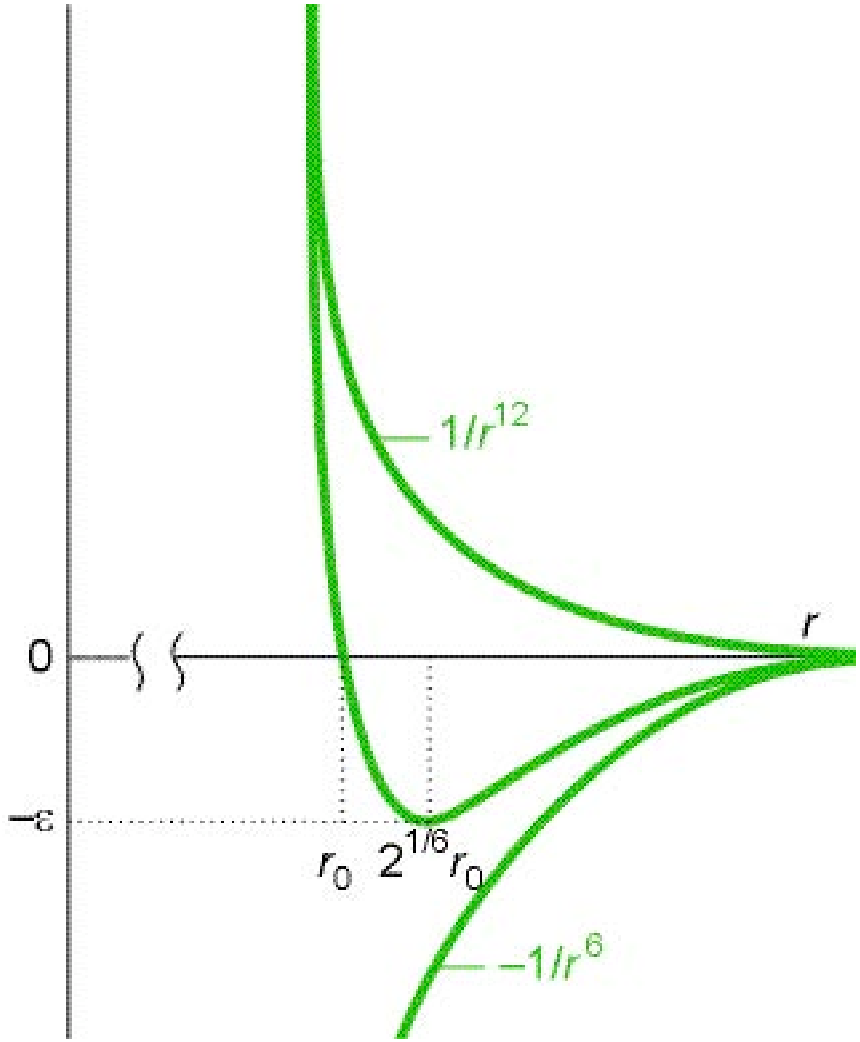
- Ressorts multiples :

plusieurs points d'équilibre



• Interaction entre molécules : potentiel de Lennard-Jones

distance entre 2 molécules = r



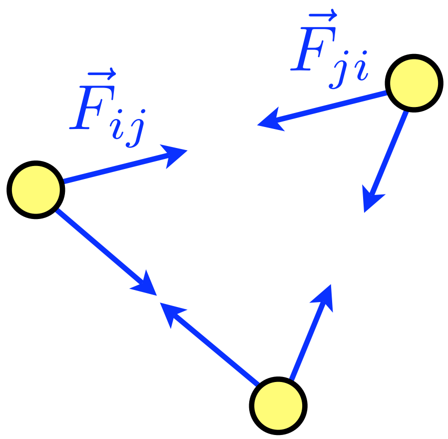
$$U = 4\varepsilon\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{6}\right]$$

répulsion *attraction*

Chapitre 9 : Quantité de mouvement et collisions

1. Quantité de mouvement

- Définition : soit un système isolé de N particules en interaction



paires action-réaction

$$\vec{F}_{ji} + \vec{F}_{ij} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + ...\vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + ... = \vec{0}$$

$$m_1\vec{a}_1 + ... + m_N\vec{a}_N = \vec{0}$$

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + ... + m_N\frac{d\vec{v}_N}{dt} = \vec{0}$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + ... + m_N\vec{v}_N) = \vec{0}$$

Un système isolé voit sa quantité de mouvement $\sum m_i\vec{v}_i$ conservée.

- Notations : la quantité de mouvement

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

- C'est une autre façon de lire la seconde loi de Newton.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$ (si la masse est constante)

En l'absence de forces extérieures, la quantité de mouvement est constante.

2. Impulsion

- Définition : seconde loi de Newton

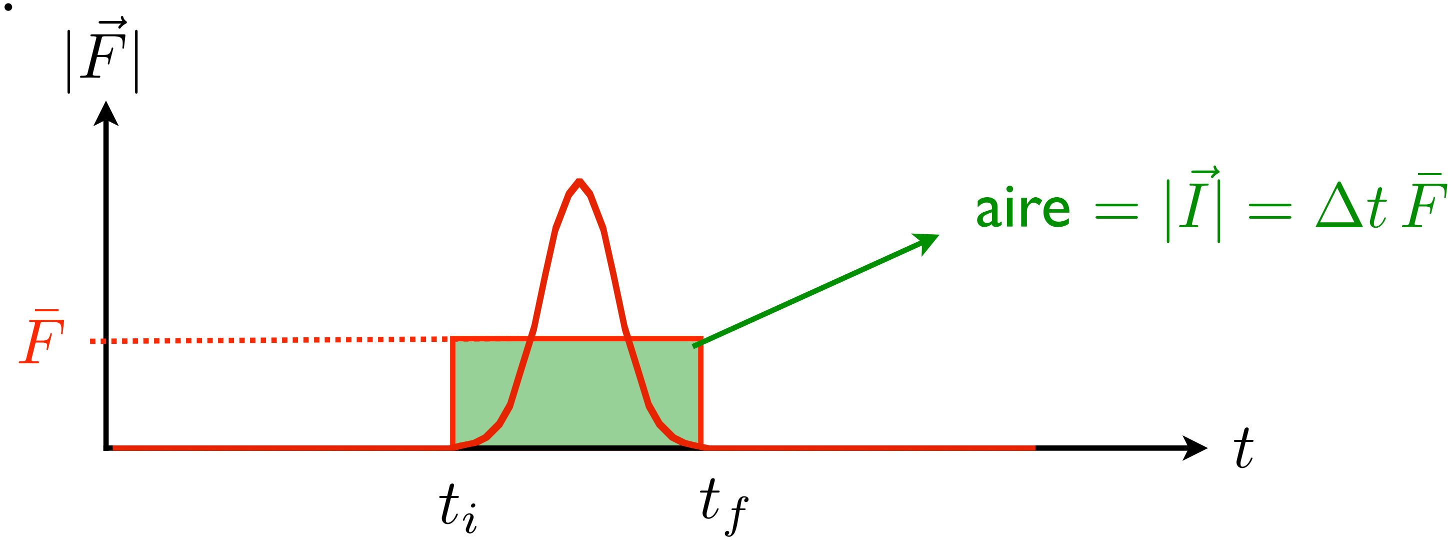
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$d\vec{p} = \vec{F}\, dt$$

$$\vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}\, dt$$

impulsion : $$\boxed{\vec{I} = \int_{t_i}^{t_t} \vec{F}\, dt}$$

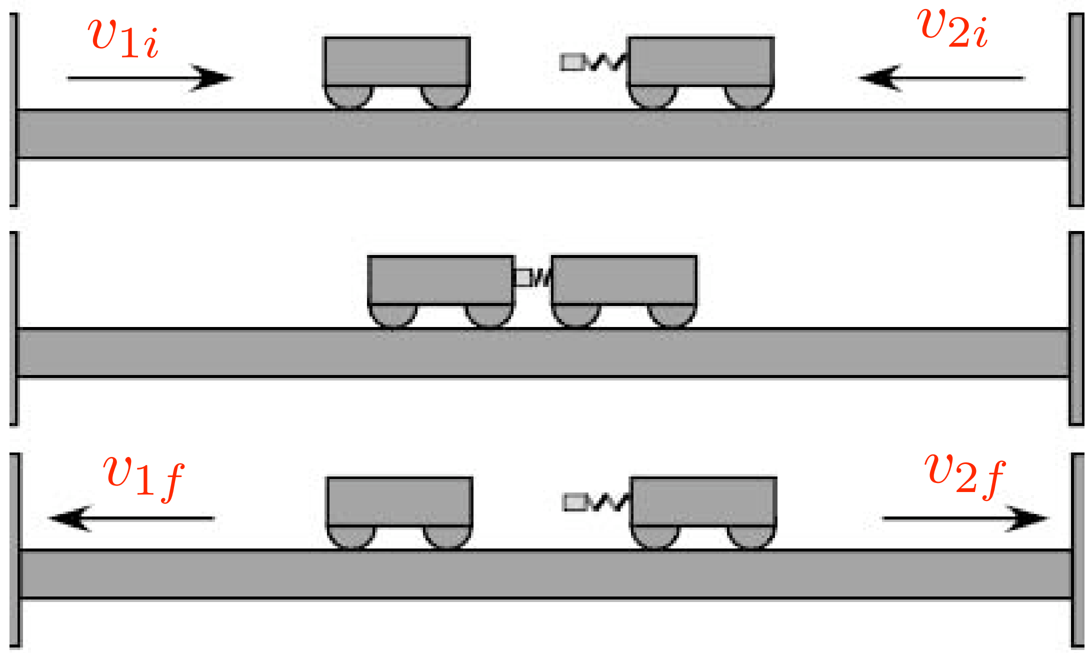
- Illustration :



• Impulsion utile dans l’étude des chocs/crashes :

3. Collisions (1d)

- Collisions élastiques : Conservation de la quantité de mouvement
  Conservation de l'énergie



$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

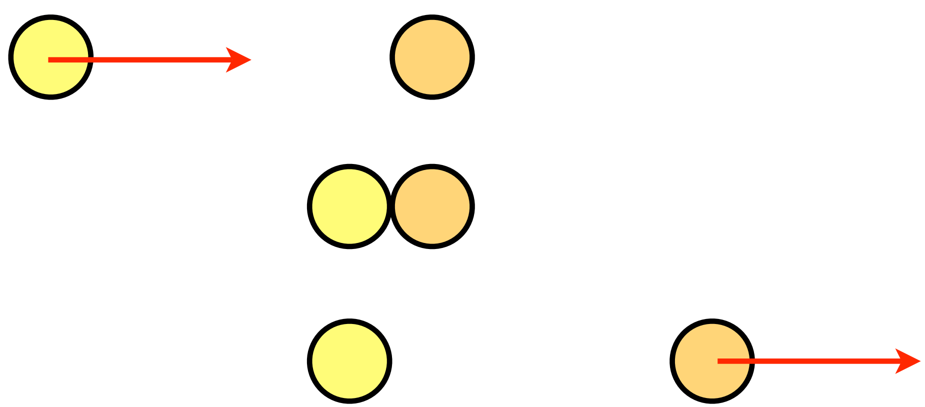
- En résolvant le système de 2 équations à 2 inconnues

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

- Pour simplifier : se placer dans le référentiel d'une bille

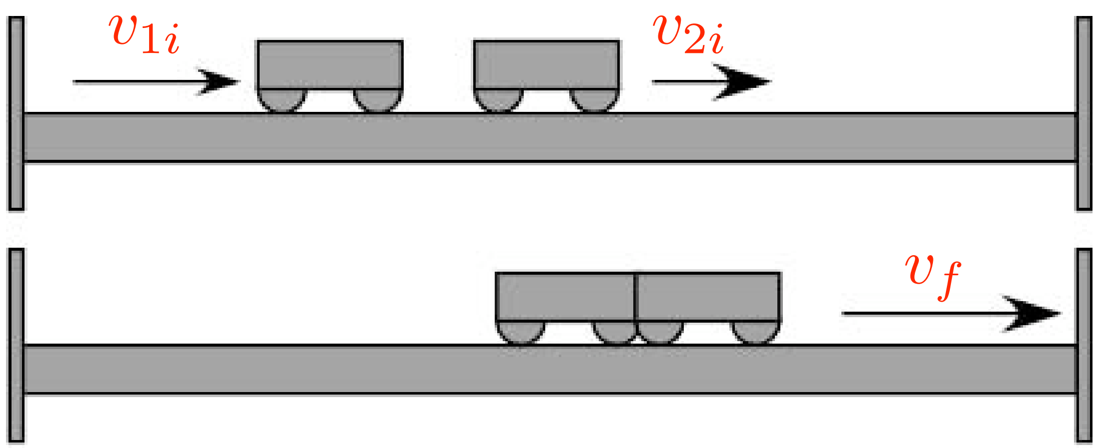
- Cas particulier : masses identiques



la première bille est stoppée, la seconde bille se met en mouvement

- Collisions inélastiques : Conservation de la quantité de mouvement
  Pas de conservation de l'énergie

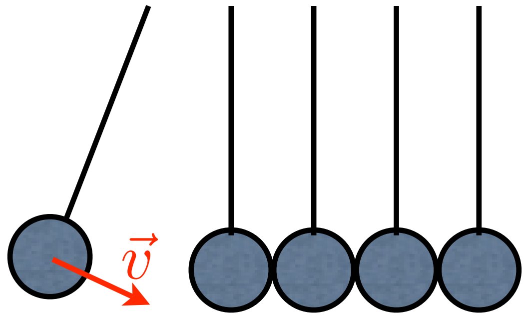
- Collisions parfaitement inélastiques :



$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

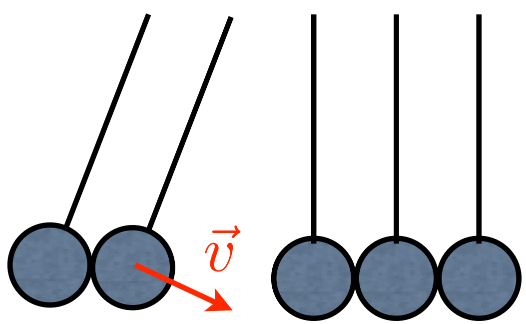
$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

- Multipendule :



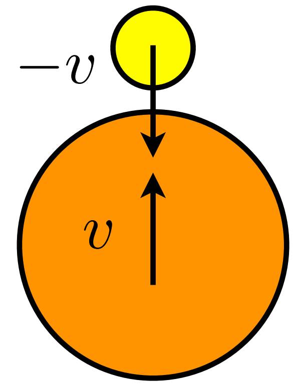
$$\left|\begin{array}{l} mv = m(v_1 + v_2 + ...) \\[1em] \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2 + ...) \end{array}\right.$$

ces 2 équations interdisent le mouvement de plus d'une bille !

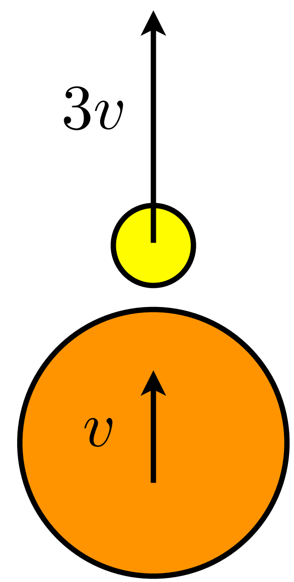


idem avec 2 billes en mouvement après collision

• Rapport de masse élevé



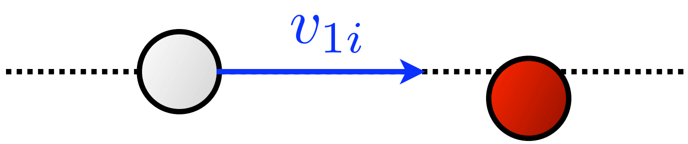
la balle de basket rebondit avant la balle de tennis.

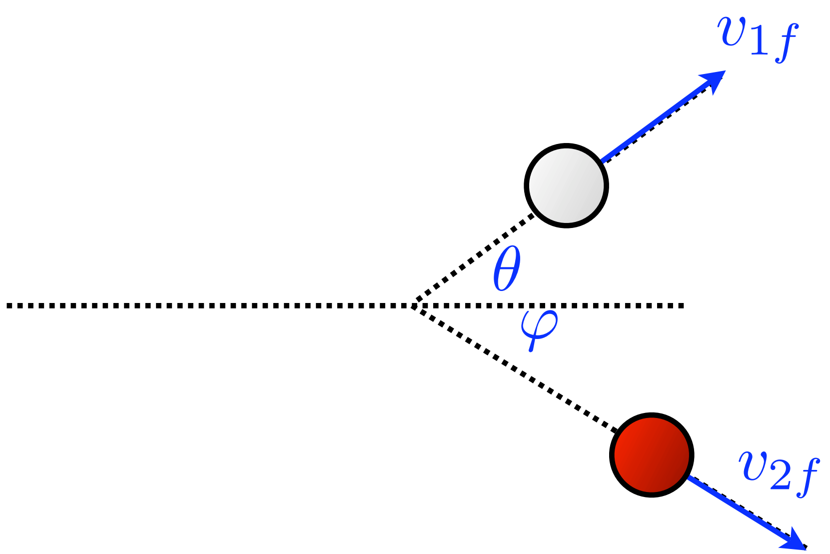


$$v_f = -\left(\frac{m-M}{m+M}\right)v + \left(\frac{2M}{m+M}\right)v$$

si $m \ll M$ alors $v_f \approx 3v$

4. Collisions (2d)





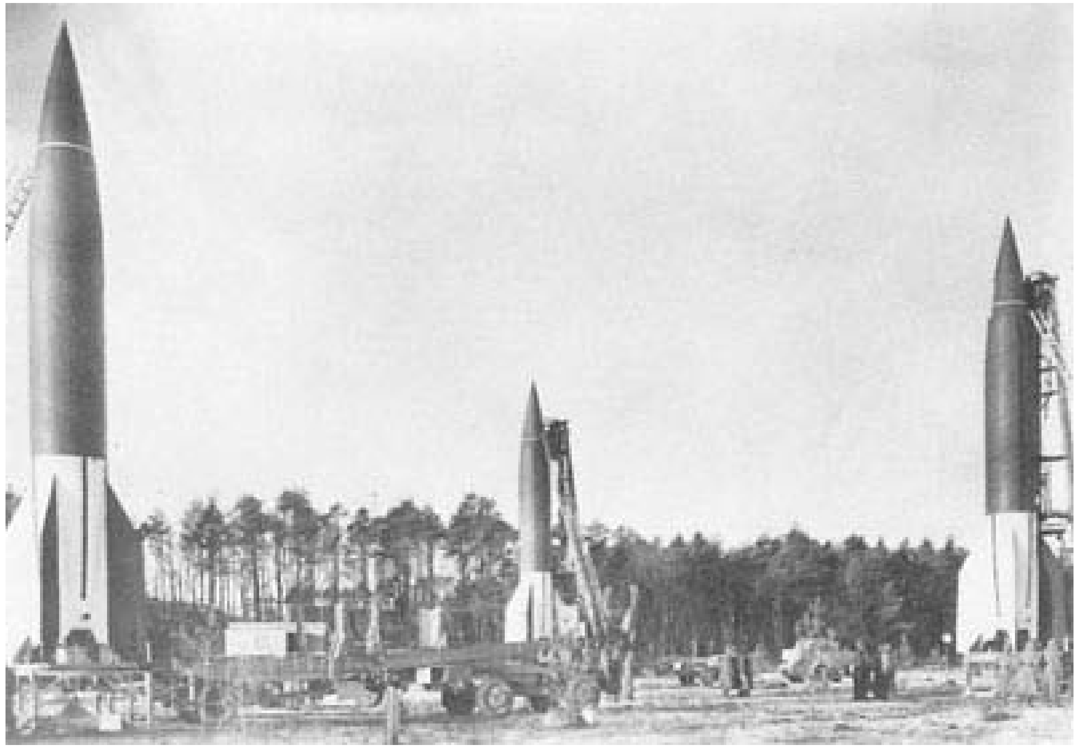
$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos\theta + m_2 v_{2f} \cos\varphi$$

$$0 = m_1 v_{1f} \sin\theta + m_2 v_{2f} \sin\varphi$$

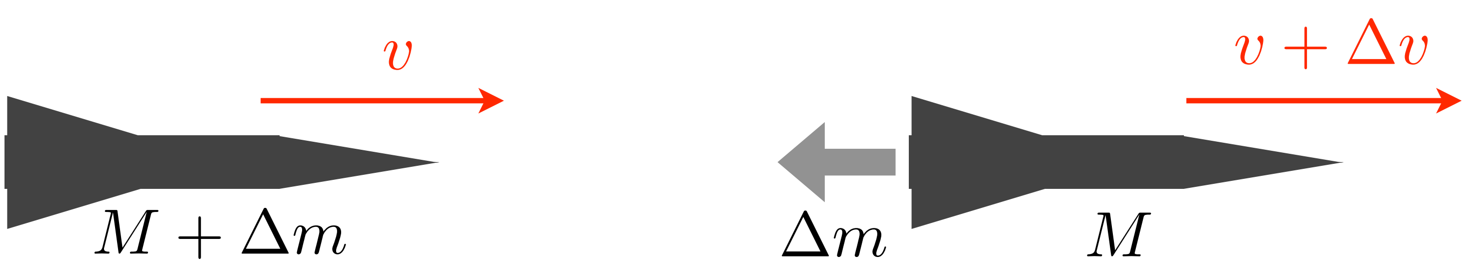
$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

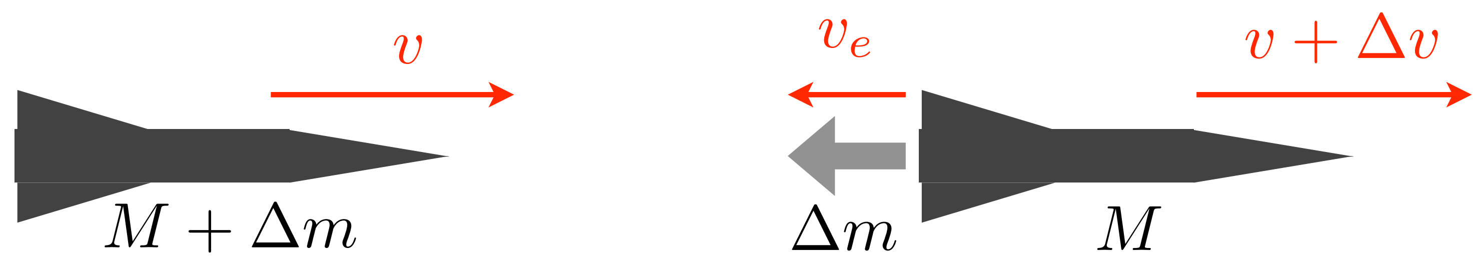
3 équations pour 4 inconnues !

5. Propulsion des fusées



Lancement de V2 (1944)





$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

$$M\Delta v = v_e \Delta m$$

$$M\,dv = v_e\,dm = -v_e\,dM$$

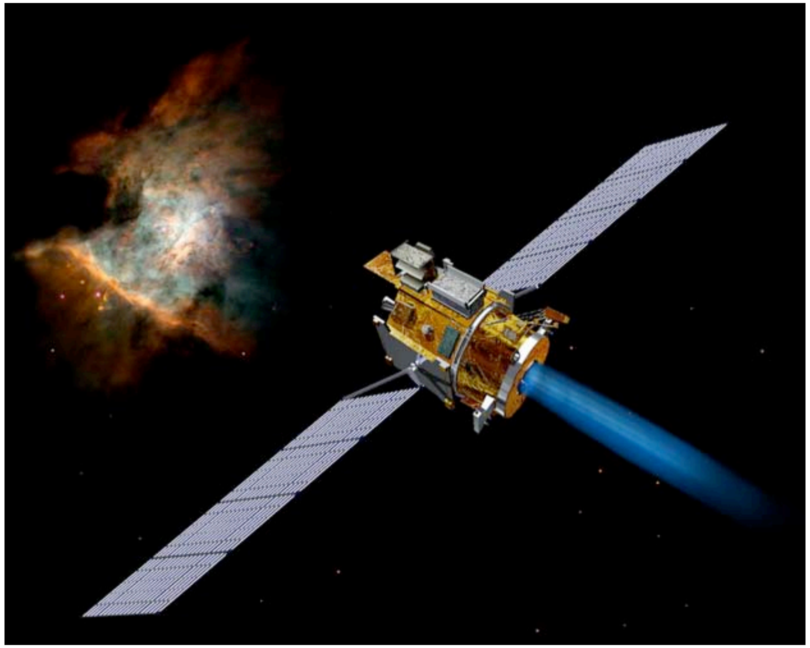
$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{1}{M}\,dM$$

$$\boxed{v_f = v_i + v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)}$$

- On définit la poussée par $$M\frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right|$$

• Extincteur :

• Moteurs ioniques = la nouvelle génération de propulseurs



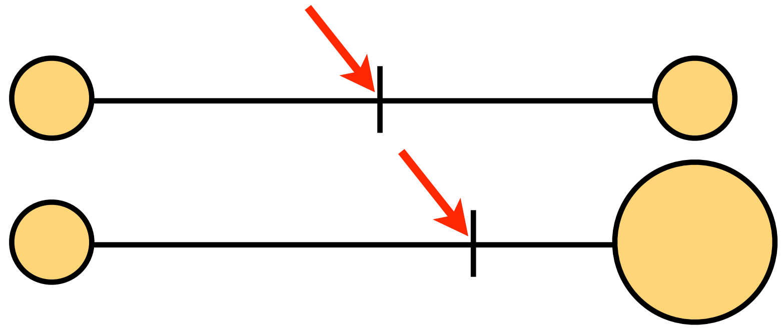
poussée = $90\,\mathrm{mN}$

Deep Space 1, NASA

6. Centre de masse

- Définition :

$$\boxed{\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}}$$



le CM du système Terre-Soleil est dans le Soleil !

- Barycentre : version mathématique (objets homogènes)

- Vitesse du centre de masse :

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{v}_i$$

$$\boxed{M\vec{v}_{CM} = \sum \vec{p}_i}$$

- Accélération du centre de masse :

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \vec{a}_i$$

$$M\vec{a}_{CM} = \vec{F}_i$$

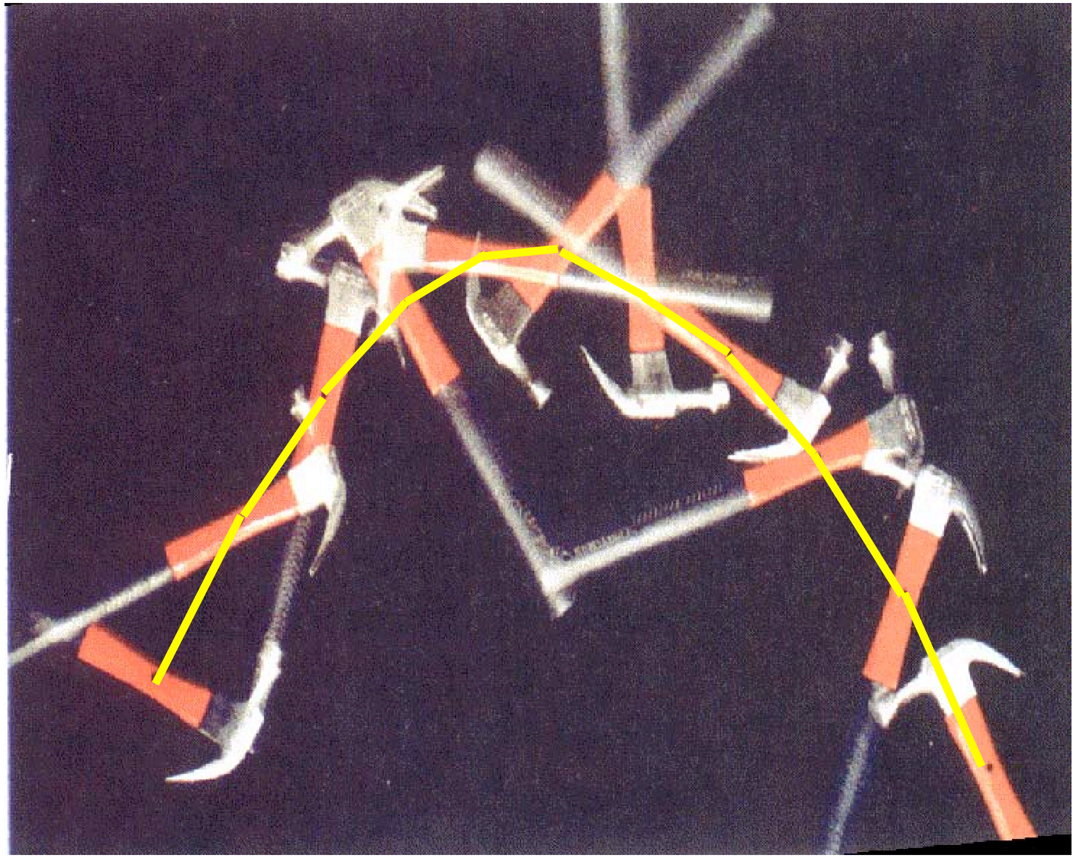
$$\vec{F}_i = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext}$$

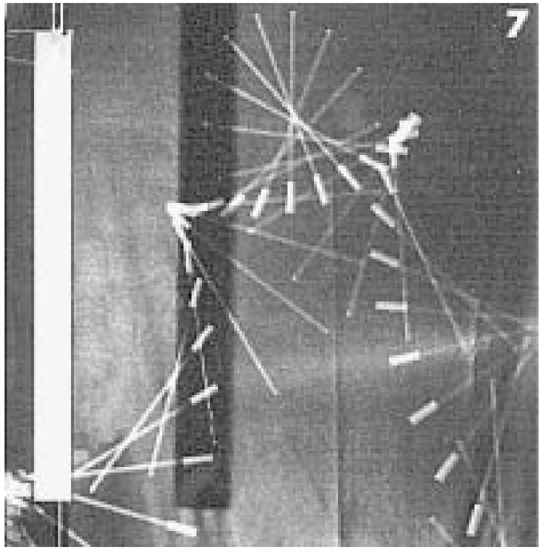
Or les forces internes sont des couples action-réaction

$$\boxed{M\vec{a}_{CM} = \vec{F}_{ext}}$$

Tout se passe comme si les forces externes s'appliquent au CM.

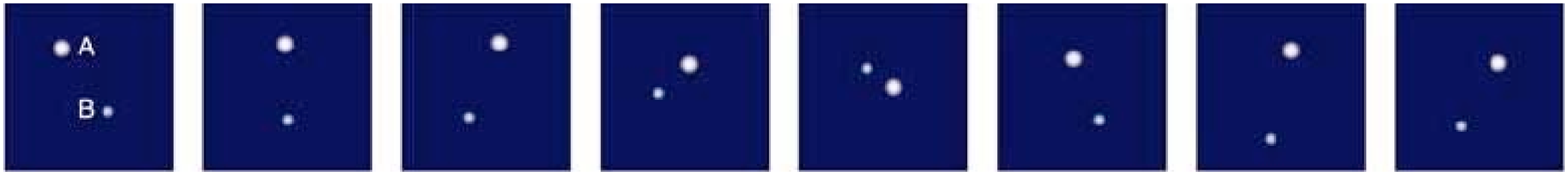
- Application : vol parabolique du CM





Bâton de majorette

• Sirius A/B :



Observations de Sirius au cours des siècles.